



## Středoškolská technika 2015

Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na ČVUT

# MAGUSOVA SÍLA A AIRSOFTOVÁ ZBRAŇ

Radek Jizba, Matěj Kukla

Gymnázium Jiřího z Poděbrad  
Studentská 166/II, Poděbrady

### Obsah

1. Charakteristika Magnusova jevu .....	1
2. Gustav Heinrich Magnus.....	2
3. Podstata Magnusova jevu .....	2
4. Magnusův jev ve vojenství.....	3
5. Magnusův jev ve sportu .....	4
6. Magnusův jev v technické praxi.....	4
7. Odvození vztahu pro Magnusovu sílu .....	5
8. Praktické provedení experimentu na Magnusův jev .....	6
9. Závěr.....	7
10. Seznam literatury.....	7

### 1. Charakteristika Magnusova jevu

Magnusovým jevem nazýváme vznik boční síly, která působí na rotující těleso pohybující se plynem nebo kapalinou. První podrobný záznam o tomto jevu máme z roku 1852 od Gustava Heinricha Magnuse, který jej jako první detailně popsal. Zmínky o Magnusově jevu však již nalzáme v poznámkách Isaaca Newtona. Jev byl významný zejména v balistice, neboť kulky nebo jiné projektily uhýbaly ze své dráhy i za bezvětří. Tohoto jevu se mimo jiné využívá v různých sportech. Nejznámější příklad nacházíme v kopané při rohovém kopu, kdy míči musí být udělena dostatečná rotace, aby skončil v síti. Magnusova jevu se nevyužívá jen v balistice, ale i v technické praxi jako určitého druhu pohonu (Flettnerův rotor).

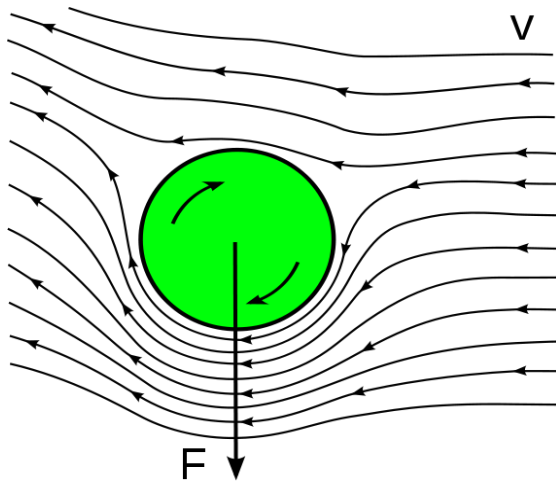
## 2. Gustav Heinrich Magnus

Gustav Heinrich Magnus byl německý chemik a fyzik. Gustav po studiích v Berlíně odešel do švédského Stockholmu, kde pracoval pod vedením švédského chemika Jönse Jacoba Berzeliuse. Později odešel do Paříže, kde po určitou dobu studoval u Francouzů Gay-Lussaca a Thénarda. V roce 1831 se vrátil do Berlína, kde na universitě začal vyučovat fyziku. V roce 1834 se tam stal odborným asistentem fyziky a v roce 1845 byl jmenován profesorem. Jako učitel byl velmi úspěšný, neboť jeho styl výuky byl srozumitelný díky jeho precizní přípravě na výuku. Připravoval si demonstrační nákresy a názorně předváděl pokusy, čímž si zajistil pozornost a zájem posluchačů. Měl velmi široké pole zájmů. Mezi léty 1827 až 1833 se věnoval především výzkumu v oblasti chemie, kde objevil dodnes známou Magnusovu zelenou sůl  $\text{Pt}(\text{NH}_3)_4$  a  $\text{PtCl}_4$ . Dále prováděl pokusy s absorpcí plynů v krvi (1837 – 1845). Zkoumal rozpínavost plynů v závislosti na měnící se teplotě (1841 – 1844). Také se věnoval elektrolýze a spoustě dalších oborů z oblasti fyziky a chemie. Během svého působení na univerzitě v Berlíně byl v letech 1847, 1858 a 1863 zvolen děkanem fakulty a v roce 1861 byl zvolen rektorem univerzity. V roce 1865 reprezentoval Prusko na konferenci ve Frankfurtu nad Mohanem, kde se jednalo o přijetí metrického systému délek a hmotností pro Německo. V roce 1868 se stal zahraničním členem Královské švédské akademie věd (Royal Swedish Academy of Sciences).



## 3. Podstata Magnusova jevu

Magnusův jev vzniká díky zrychlenému proudění kapaliny nebo plynu na jedné straně a pomalejšímu proudění kapaliny nebo plynu na opačné straně tělesa. Plochu válce obaluje tenká vrstva vzduchu, která se díky rotaci pohybuje. Na jedné straně válce se rychlost obtékajícího vzduchu odečítá od rychlosti rotace válce, zatímco na druhé straně se obě rychlosti sčítají. Na jedné straně tedy vzniká podtlak a tlaková síla uvádí těleso na kruhovou trajektorii. Jako důkaz lze použít například ruličku od toaletního papíru, kterou necháme přepadnout přes okraj stolu.



#### 4. Magnusův jev ve vojenství

Již I. Newton zkoumal jev, který dnes označujeme jako Magnusův, avšak jeho vysvětlení bylo nedostatečné. Teprve G. H. Magnus zjistil, proč dochází k neobvyklému chování projektilů i za bezvětří. A proto se hlavní směr badatelského úsilí soustředil na vojenskou balistiku. Díky drážkovaným hlavním, které dodaly náboji vždy stejnou rotaci, se enormně zvýšila přesnost střelby. Dříve se projektily vystřelené z hladkých hlavních pohybovaly různými směry podle toho, jakou získaly rotaci. Drážkování znamenalo ohromný pokrok ve vojenství, ale pro vojáky představovaly takové střely smrtelné nebezpečí, protože i na velké vzdálenosti měly na tu dobu neuvěřitelnou přesnost.

V první polovině 19. století prošla výzbroj pěchoty, tedy její primární zbraň, puška, technologickými změnami, jež zjednodušily nabíjení a učinily zbraň odolnější proti povětrnostním vlivům. Pušky s drážkovanou hlavní se začaly více používat, vojenská taktika se měnila. Přestože byl tento systém znám už několik staletí, do té doby nebyl masově využíván, protože se objevovaly problémy s nabíjením, pušky se obtížně vyráběly, protože vyžadovaly přesné obrábění. Zatímco v puškách s hladkou hlavní bylo možné používat kule, které byly o něco menší než vývrt hlavní a výsledná nepřesnost daná únikem plynů i pohybem projektilu uvnitř hlavní příliš nevadila, v případě zbraně s drážkami bylo potřeba dosáhnout co nejpřesnějšího zapadnutí kulky do hlavní. Takto konstruované zbraně bylo nejen dosti obtížné nabít, a navíc docházelo k nadměrnému opotřebení drážek. Z toho důvodu byly pušky s drážkovanou hlavní v 18. století obvykle využívány pouze k lovu či v některých specializovaných jednotkách lehké pěchoty. Řešení bylo objeveno až ve druhé polovině dvacátých let 19. století, kdy vzniklo několik systémů umožňujících tento problém překonat.

Ve zbraních, jež byly používány např. v americké občanské válce (1861 – 1865), byl používán Miniéův systém, vytvořený ve čtyřicátých letech francouzským vynálezcem stejného jména. Využíval kulku konického tvaru a mírně menší ráže než byl vývrt hlavní, s prohlubní ve spodní části. V okamžiku výstřelu způsobila expanze plynů do této prohlubně roztažení kulky do stran, její hladké zapadnutí do drážek a následnou řízenou rotaci na cestě k cíli.

Zatímco na počátku občanské války byly pušky s drážkovanou hlavní relativně nedostupné, v bitvě u Gettysburgu v roce 1863 již tvořily 70% výzbroje obou armád a jejich podíl dále rychle rostl. Tato technologická změna způsobila, že střelba byla přesnější a dostřel se navýšil z necelých dvou set metrů na téměř kilometr. Změnu přinesla i zranění způsobená zásahem kulí vypálené z hladkohlavňové pušky či kulkou Minié ze zbraně s drážkovanou hlavní. V bitvě u Bull Runu byla většina zranění především na straně

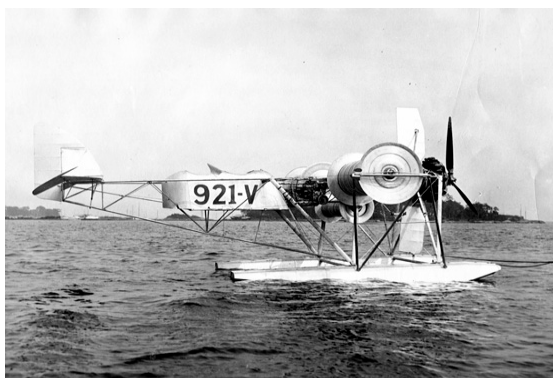
Unie způsobena kulemi ze starších zbraní s relativně malou úst'ovou rychlostí, a tudíž i relativně malou průraznou silou. Kulka neměla příliš tendenci se zplošťovat a její efekt se omezoval především na měkké tkáně, zatímco o kosti se většinou zastavila. Několikanásobně vyšší úst'ová rychlost a také kónický tvar kulky Minié z ní naopak činil zcela nový lékařský problém. Historik lékařství Frank Freemon vysvětluje, že se tato munice „při zásahu do lidského těla zploštila. Neprošla tkáněmi přímo rovně jako moderní kulky s celokovovým pláštěm. Deformovaná kulka spíše rotovala, protrhávajíc děsivý pás skrze svaly a kosti. Kosti se tříštily a rozlétaly na stovky střepin, ostrých kostěných tyčinek, vrážených silou letící kulky do svalů a kůže.“ Soudobí chirurgové se shodli, že „...kónický projektil měl za následek větší tříštění kostí a následnou pravděpodobnost infekce než kulka z pušky s hladkou hlavní“.<sup>1/</sup> Zásah kulí Minié s ohledem na úroveň tehdejšího lékařství znamenal pro zraněného téměř jistou smrt.

### 5. Magnusův jev ve sportu

Magnusův jev můžeme dnes pozorovat v mnoha odvětvích, zejména ve sportu. Například ve fotbale, kde zkušený fotbalista kope míč z rohu, který se při letu stočí do brány. Fotbalista udá míči vhodnou rotaci a ten v letu zatočí i v bezvětří za „roh“. Jev je možné pozorovat třeba i v tenise, kde udělení horní nebo dolní rotace míči úderem rakety způsobí zakřivení dráhy letu míče.

### 6. Magnusův jev technické praxi

Vynálezce Anton Flettner sestrojil tzv. Flettnerův rotor. Jedná se o rotující válec, který využívá Magnusova jevu. Poprvé byl použit samotným vynálezcem na lodi místo plachet. Na této lodi byly instalovány dva válce vysoké 18 m. Anton Flettner v roce 1926 na této lodi přeplul Atlantik. Správnou regulací otáček těchto válců obtékaných bočním větrem bylo možné vyvolat pohyb lodě dopředu. Výhodou bylo snadné ovládání a možnost použití menších motorů pro pohyb válců, než jakých by bylo potřeba pro tradiční lodní šroub. V dnešní době se řada zemí, např. Německo nebo Finsko, snaží o využití této technologie ke zvýšení výkonu lodí, a tedy i redukci používaného paliva (např. německá technologie deklaruje 25 % úsporu paliva). Existovaly dokonce pokusy použít Flettnerův rotor na letadlech. Rotory vytvářející sílu kolmou na směr proudícího vzduchu by mohly být tedy použity místo křídel. Při stejné rychlosti měly zajišťovat dokonce mnohem vyšší zdvih oproti obvyklé konstrukci křídel. Princip se již ukázal být funkční na modelech s rozpětím křídel přibližně jednoho metru. Zatím se ale nepodařilo postavit letuschopné Flettnerovo letadlo ve skutečné velikosti.



## 7. Odvození Magnusovy síly pro jednotlivé případy

Pro odvození vztahu pro výpočet velikosti Magnusovy síly působící na rotující těleso v proudu ideální tekutiny budeme vycházet ze vztahu pro výpočet síly působící na rotující těleso

$$\vec{F} = \rho \cdot \vec{v} \cdot \Gamma$$

V tomto vztahu vystupuje hustota obtékané tekutiny  $\rho$ , dále rychlost proudící tekutiny  $\vec{v}$  a konečně veličina cirkulace  $\vec{\Gamma}$ , kterou vypočteme ze vztahu:

$$\Gamma = 2\pi r \cdot \vec{u}$$

Do této rovnice dosadíme obvodovou rychlost rotace  $\vec{u}$  vyjádřenou pomocí úhlové rychlosti:

$$\vec{u} = r \cdot \vec{\omega}$$

Po dosazení rovnic do sebe a po její úpravě dostáváme vztah:

$$\vec{F} = \rho \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \cdot 2\pi \cdot r^2 \quad (1)$$

Tj. vztah pro výpočet Magnusovy síly na jednotku délky.

### Odvození vztahu pro rotující válec

Pro rotující válec rovnici upravíme snadno na výsledný vztah vynásobením výškou válce  $l$ :

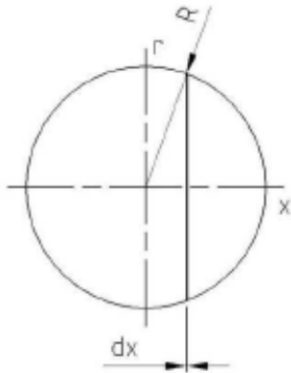
$$\vec{F} = \rho \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \cdot 2\pi r^2 \cdot l \quad (2)$$

Podobně odvodíme i vztah pro výpočet rotující koule.

### Odvození vztahu pro rotující kouli

V případě koule budeme vycházet z modelu obtékaných elementárních válců. Pro zavedení třetího rozměru do rovnice si nejprve musíme odvodit funkci pro poloměr elementárního válce  $r$  jako funkci souřadnice  $x$  z rovnice kružnice. Dostáváme funkci  $r = f(x)$ , kterou vyjádříme vztahem:

$$r^2 = R^2 - x^2$$



Funkci  $r = f(x)$  dosadíme do vztahu pro výpočet jednotkové síly, doplníme diferenciály a pravou stranu rovnice vynásobíme dvěma, protože budeme řešit silový účinek pouze pro jednu polovinu koule  $x = (0, R)$ . Dostáváme vztah pro výpočet elementární Magnusovy síly:

$$d\vec{F} = 2 \cdot \rho \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \cdot 2\pi \cdot (R^2 - x^2) dx$$

Tento vztah budeme nyní integrovat a dosadíme integrační meze:

$$\vec{F} = 2 \cdot \rho \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \cdot 2\pi \cdot \int_0^R (R^2 - x^2) dx = 2 \cdot \rho \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \cdot 2\pi \cdot \left[ R^2 \cdot x - \frac{x^3}{3} \right]_0^R$$

Po dosazení integračních mezí dostáváme hledaný vztah pro výpočet Magnusovy síly působící na rotující kouli:

$$\vec{F} = 2 \cdot \rho \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \cdot \frac{3}{4} \pi \cdot R^3$$

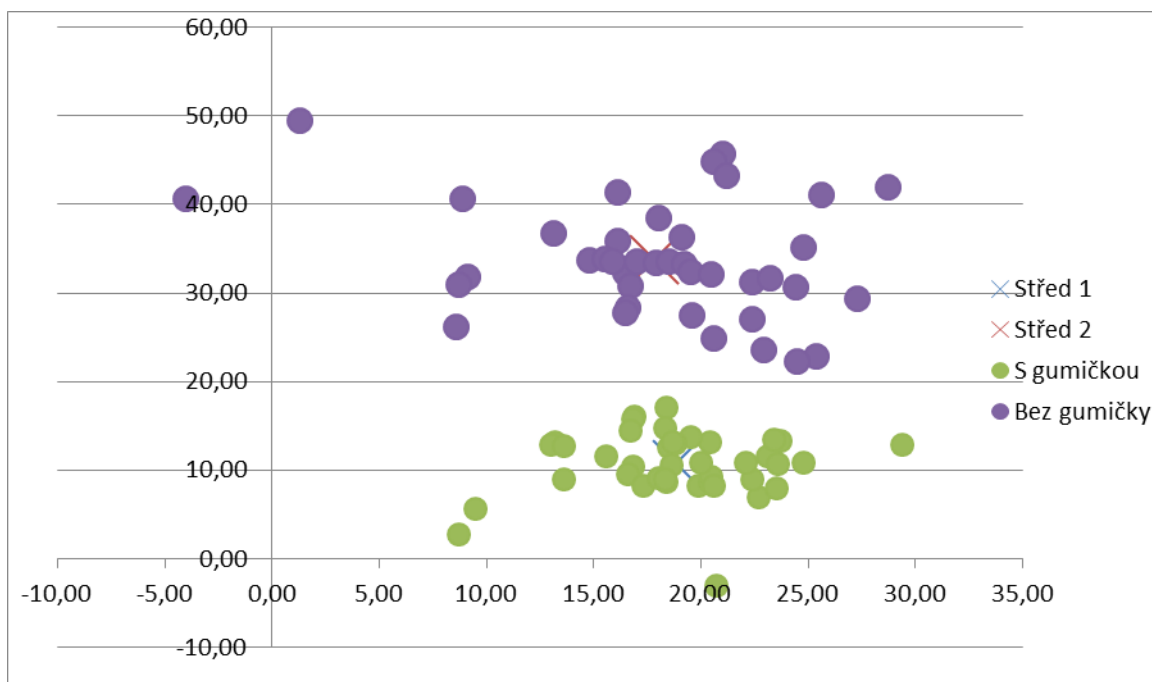
## 8. Praktické provedení experimentu demonstrujícího Magnusův jev

Pro praktický pokus jsme si vybrali studium přesnosti střelby Magnusovým jevem v závislosti na řízené, resp. neřízené rotaci projektilu. Na simulaci jsme použili airsoftovou zbraň M16A4 (RAS) využívající systém Hop-up. Systém Hop-up (Higher operating power) je metoda silového působení na kuličku, která zvětšuje dolet bez nároků na dodatečnou energii, využívající zpětné rotace kuličky. Tento systém má podobný účinek jako drážkovaná hlaveň střelných zbraní.

Na začátku pokusu jsme upevnili pušku do svěráku a provedli několik cvičných nástřelů na vzdálenost cca 15 metrů. Poté jsme danou vzdálenost pro značný rozptyl zmenšili na 9 metrů a opět jsme provedli několik cvičných nástřelů. Poté jsme do oblasti nástřelů nalepili milimetrový papír a vystřelili 40 ran nejprve s využitím systému Hop-up (tj. s „gumičkou“) a po výměně milimetrového papíru také 40 ran bez využití systému Hop-up (bez „gumičky“). Zjištěné skutečnosti jsme přenesli do Microsoft Excelu a data jsme v tomto programu i následně vyhodnotili.

Výsledek potvrdil předpoklady: plastové kuličky vystřelené se systémem Hop-up dopadaly v menším rozmezí, tzn. s menším rozptylem, než kuličky vystřelené ze zbraně se systémem, jenž byl vypnut. (Průměrná odchylka od geometrického středu činila v prvním případě 4,95 cm, zatímco v druhém případě 7,50 cm). Osa rotace kuliček vystřelených bez systému Hop-up tedy měla náhodný směr, takže střelba byla méně přesná.

Trajektorie kuliček se zapnutým systémem Hop-up, jenž uděluje tzv. „spodní rotaci“, byla částí kružnice, a proto i střed dopadu těchto kuliček vzhledem ke středu dopadu kuliček bez využití tohoto systému ležel níže o 22,35 cm (viz následující graf).



Jednoduchým výpočtem pomocí Pythagorovy věty jsme poloměr kruhové trajektorie takových kuliček určili na 181,3 m. Protože Magnusova síla představuje sílu dostředivou, tak bylo možno při ústňové rychlosti zbraně 110 m/s a hmotnosti kuličky 0,2 g vyčíslit její hodnotu na 13,3 mN.

Uvážíme-li ještě navíc ráži zbraně 6 mm, tak lze při známé hustotě vzduchu  $1,29 \text{ kg/m}^3$  využitím vztahu (2) určit průměrnou frekvenci rotace kuliček na hodnotu asi 66 Hz.

Ze vzdálenosti terče od zbraně 9 m a rychlosti pohybu projektilů 110 m/s nám vychází doba letu kuliček asi 0,082 s, což znamená, že se kuličky na této vzdálenosti otočily asi 5,4 krát, resp. v hlavni o délce 510 mm asi 0,31 krát.

## 9. Závěr

V naší práci jsme se seznámili se vznikem a využitím Magnusova jevu v historii i v současnosti. Výpočet potvrdil získané hodnoty z praktické části práce – střelby airsoftovou zbraní. Domníváme se, že naše získané praktické zkušenosti i teoretické poznatky by zaujaly středoškolské studenty nejen v hodinách fyziky, ale i ve volném čase.

## 10. Seznam literatury

- [http://cs.wikipedia.org/wiki/Magnus%C5%AFv\\_jev](http://cs.wikipedia.org/wiki/Magnus%C5%AFv_jev)
- <http://stc.fs.cvut.cz/pdf/JandaMartin-354373.pdf>
- <http://fyzweb.cuni.cz/dilna/krouzek/k43.htm>
- <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/556-magnusuv-jev>
- [http://cs.wikipedia.org/wiki/Flettner%C5%AFv\\_rotor](http://cs.wikipedia.org/wiki/Flettner%C5%AFv_rotor)