



Střední průmyslová škola, Tachov, Světte 1

Středoškolská technika 2019

Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na ČVUT

WOLFRAM MATHEMATICA

ANEB

MATEMATICKÉ FUNKCE

Autoři práce:

Jakub Frouz, Vít Ansl, Matěj Kortus, Jan Štrunc

Matěj Ludvík, Matěj Janča, Martin Tyšl

Vedoucí práce:

Ing. Stanislav Jílek



Obsah:

Úvod

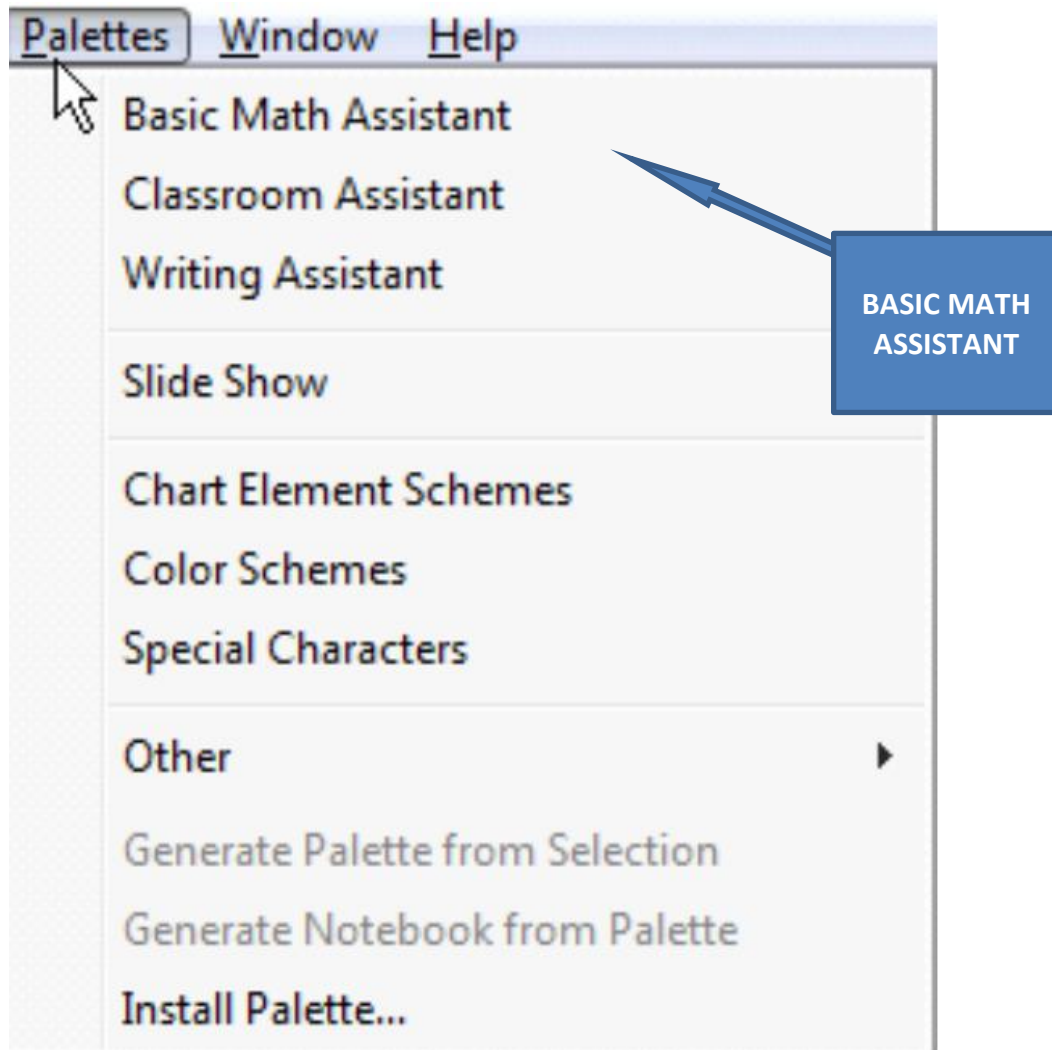
1. Příkaz Palletes
2. Kalkulátor Basic Math Assistant
3. Kalkulátor Automatic Positioning
4. Grafy a programy
 - 4.1 Konstantní funkce
 - 4.2 Lineární funkce
 - 4.3 Kvadratické funkce
 - 4.4 Nepřímá úměrnost
 - 4.5 Mocninné funkce

Úvod

Mathematica je jedním z předních světových systémů pro provádění numerických i symbolických výpočtů a vizualizaci dat. Díky velmi snadné manipulaci s grafickými objekty může sloužit jako názorná pomůcka pro výuku nejen matematiky, ale i dalších exaktních a technických předmětů jako např. fyzika, strojírenství, ekonomika, informatika či chemie na všech stupních a typech škol. *Mathematica* je počítačový program široce používaný ve vědeckých, technických a matematických kruzích. Program byl původně vytvořen Stephenem Wolframem a následně vyvíjen týmem matematiků a programátorů, který vytvořil a vede. Je prodáván firmou Wolfram Research se sídlem v Champaign, Illinois, USA. V programu *Mathematica* je použit programovací jazyk Wolfram. Software *Mathematica* je přítomen téměř na všech univerzitách a vysokých školách v České a Slovenské republice (Strojní fakulta v Plzni a v Praze). Studenti proto uplatní získané zkušenosti s používáním software i při dalším studiu a dále v komerční sféře (Parní turbíny – Doosan Škoda Power, Škoda Transportation v Plzni). Software *Mathematica* je prezentován na celostátních konferencích a seminářích s názvem Konference - využití software *Mathematica* na SŠ. Zájemci jsou seznámeni s nejnovějšími poznatky z praxe od pedagogů a studentů ze SŠ a VŠ, kteří již mají s užíváním software bohaté zkušenosti. Z těchto konferencí jsou k dispozici zajímavé přednášky a prezentace.

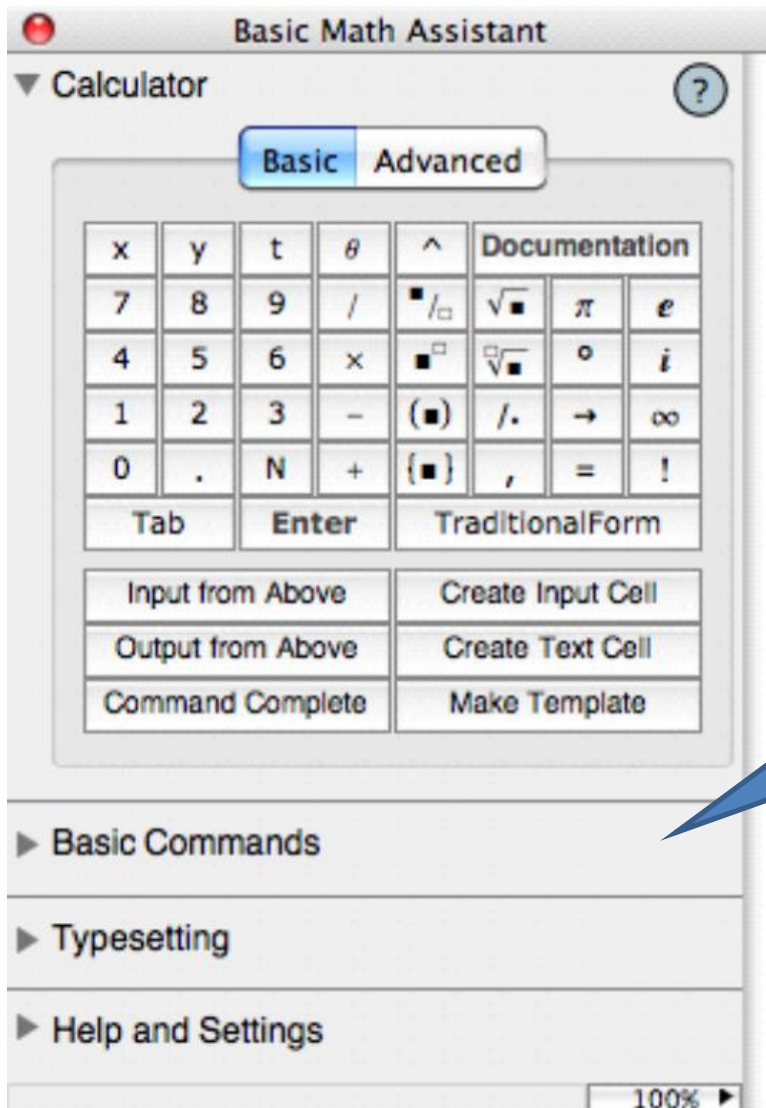


1. Příkaz Palettes





2. Kalkulátor Basic Math Assistant

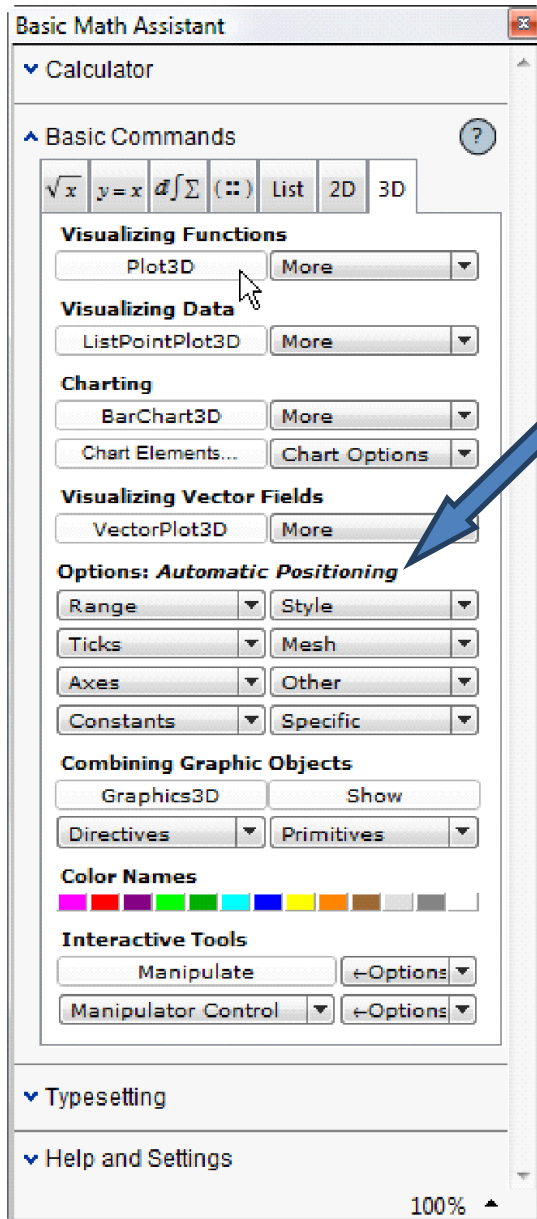


BASIC
COMMANDS





3. Kalkulátor Automatic Positioning



AUTOMATIC
POSITIONING



4. Grafy a programy

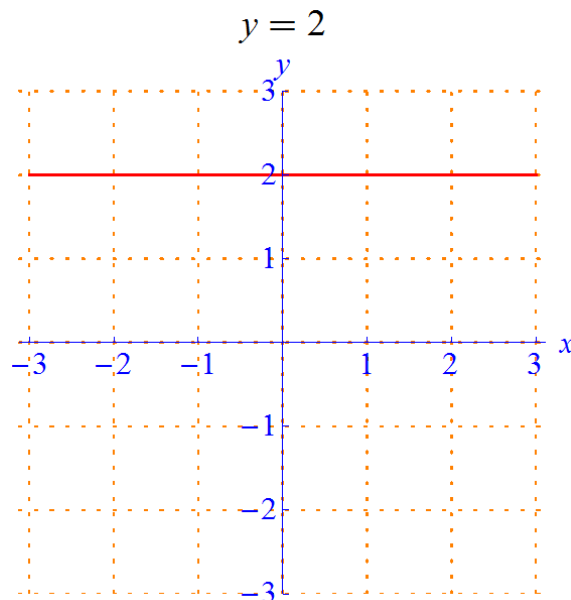
4.1 Konstantní funkce

Sestrojte graf této funkce:

$$f_1: y=2, x \in R \quad (1)$$

Funkce f_1 je **konstantní funkce**, jejím grafem je přímka rovnoběžná s osou x kartézské soustavy souřadnic Oxy . Zvolíme jakékoli číslo, např. $x = 0$, a určíme příslušnou funkční hodnotu: $f_1(0) = 2$. Sestrojíme obraz uspořádané dvojice $[0, 2]$ v kartézské soustavě souřadnic Oxy a přímku rovnoběžnou s osou x , která tímto bodem prochází.

Graf funkce f_1 :



Graf 1: Graf funkce f_1

Zápis programu

```
Plot[2, {x, -3, 3}, PlotRange -> 3, Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel -> {x, y}, AxesStyle  
-> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, GridLinesStyle -> Directive[Orange, Dotted], BaseStyle  
-> 20, PlotLabel -> y = 2, AspectRatio -> Automatic, Exclusions -> Thin]
```



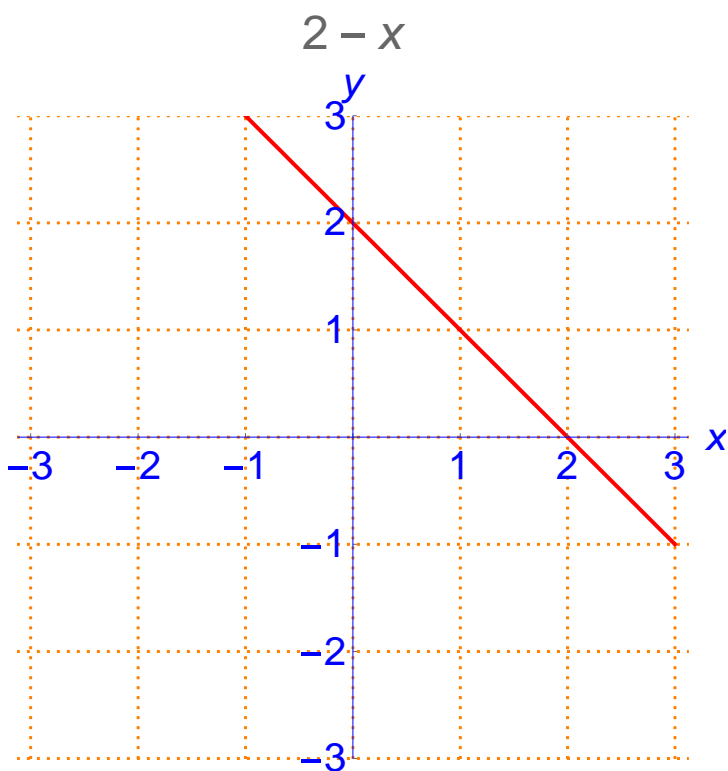
4.2 Lineární funkce

Sestrojte graf této funkce:

$$f_2: y = -x + 2, x \in \mathbb{R} \quad (2)$$

Funkce f_2 je **lineární funkce**, jejím grafem je přímka, která je různoběžná s osou x i s osou y kartézské soustavy souřadnic Oxy . Zvolíme dvě libovolná reálná čísla ($D(f_2) = \mathbb{R}$) a vypočítáme příslušné hodnoty funkce: např. pro $x = 0$ je $f_2(x) = 2$, pro $x = 1$ je $f_2(x) = 1$. Sestrojte obrazy příslušných uspořádaných dvojic $[0,2]$, $[0,1]$ v kartézské soustavě souřadnic Oxy a pak přímku, která těmito body prochází.

Graf funkce f_2 :



Graf 2: Graf funkce f_2

Zápis programu

```
Plot[-x + 2, {x, -3, 3}, PlotRange -> 3, Ticks  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
-> {x, y}, AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle  
-> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, GridLinesStyle  
-> Directive[Orange, Dotted], AspectRatio  
-> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel -> y  
= -x + 2, Exclusions -> Thin]
```



4.3 Kvadratická funkce

Sestrojte graf této funkce:

$$f_3: y = 0,5x^2, x \in \mathbb{R} \quad (3)$$

Grafem každé kvadratické funkce, tj. funkce $y = ax^2 + bx + c$, $x \in \mathbb{R}$, kde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, je křivka zvaná parabola.

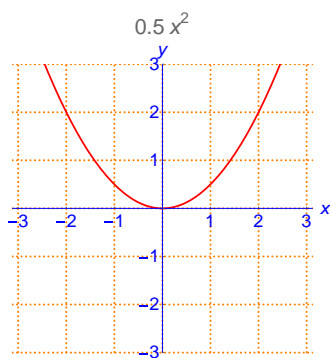
Každá kvadratická funkce nabývá pro jisté $x_0 \in \mathbb{R}$

- nejmenší hodnoty y_0 v případě, že $a > 0$,
- největší hodnoty y_0 v případě, že $a < 0$.

Bod $[x_0, y_0]$ se nazývá vrchol paraboly, jeho souřadnice jsou

$$x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = c - \frac{b^2}{4a}$$

Graf funkce f_3 :



Graf 3: Graf funkce f_3

Zápis programu

```
Plot[0.5x^2, {x, -3, 3}, PlotRange -> 3, Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
-> {x, y}, AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, GridLinesStyle  
-> Directive[Orange, Dotted], AspectRatio -> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel  
-> y = 0.5x^2, Exclusions -> Thin]
```

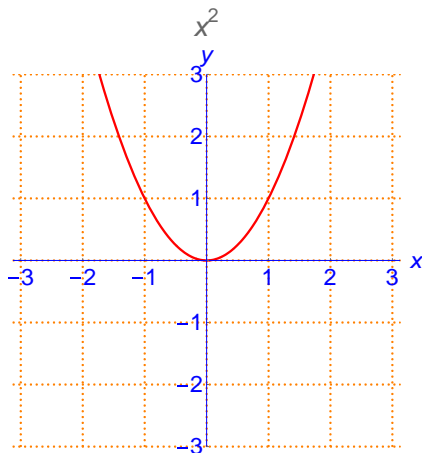



Sestrojte graf této funkce:

$$f_4: y = x^2, x \in \mathbb{R}$$

(4)

Graf funkce f_4 :



Graf 4: Graf funkce f_4

Zápis programu

```
Plot[x2, {x, -3, 3}, PlotRange → 3, Ticks → {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
→ {x, y}, AxesStyle → Directive[Blue, Thin], PlotStyle → {{Red, Thick}}, GridLines  
→ {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, GridLinesStyle  
→ Directive[Orange, Dotted], AspectRatio → Automatic, BaseStyle → 20, PlotLabel  
→ y = x2, AspectRatio → Automatic, Exclusions → Thin]
```

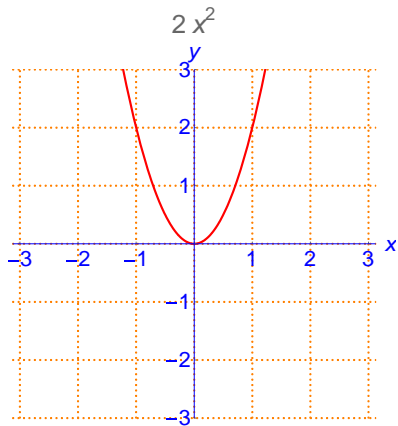


Sestrojte graf této funkce:

$$f_5: y = 2x^2, x \in \mathbb{R}$$

(5)

Graf funkce f_5 :



Graf 5: Graf funkce f_5

Zápis programu

```
Plot[2x^2, {x, -3, 3}, PlotRange -> 6, Ticks  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
-> {x, y}, AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle  
-> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]}, GridLinesStyle  
-> Directive[Yellow, Dotted], AspectRatio  
-> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel -> y  
= 2x^2, AspectRatio -> Automatic, Exclusions -> Thin]
```

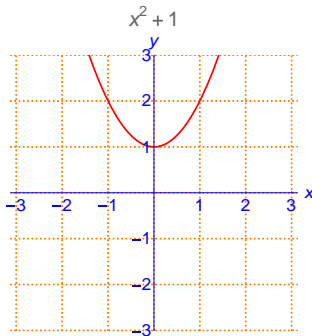


Sestrojte graf této funkce:

$$f_6: y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$$

(6)

Graf funkce f_6 :



Graf 6: Graf funkce f_6

Zápis programu

```
Plot[x2 + 1, {x, -3, 3}, PlotRange → 6, Ticks  
→ {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
→ {x, y}, AxesStyle → Directive[Blue, Thin], PlotStyle  
→ {{Red, Thick}}, GridLines  
→ {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]}, GridLinesStyle  
→ Directive[Yellow, Dotted], AspectRatio  
→ Automatic, BaseStyle → 20, PlotLabel → y  
= x2 + 1, AspectRatio → Automatic, Exclusions  
→ Thin]
```

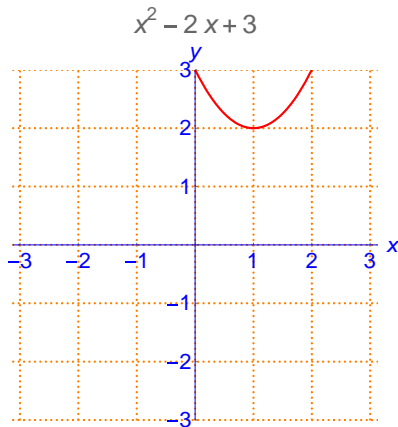


Sestrojte graf této funkce:

$$f_7: y = x^2 - 2x + 3, x \in \mathbb{R}$$

(7)

Graf funkce f_7 :



Graf 7: Graf funkce f_7

Zápis programu

```
Plot[x2 - 2x + 3, {x, -3, 3}, PlotRange -> 6, Ticks  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
-> {x, y}, AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle  
-> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]}, GridLinesStyle  
-> Directive[Yellow, Dotted], AspectRatio  
-> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel  
-> y = x2 - 2x + 3, Exclusions -> Thin]
```



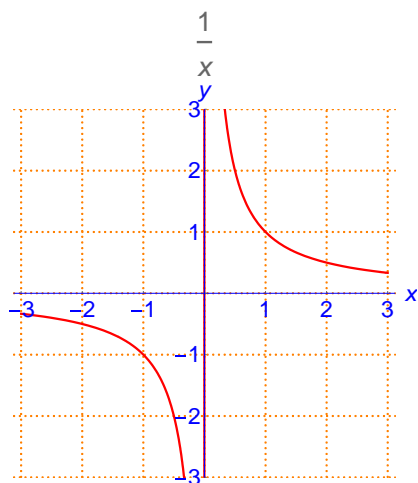
4.4 Nepřímá úměrnost

Sestrojte graf této funkce:

$$f_8 : y = \frac{1}{x} \quad (8)$$

Nepřímá úměrnost je každá funkce $y = \frac{k}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, kde k je libovolné reálné číslo různé od nuly. Grafem je křivka zvaná hyperbola.

Graf funkce f_8 :



Graf 8: Graf funkce f_8

Zápis programu

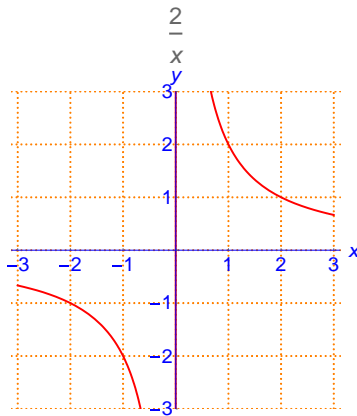
```
Plot[ $\frac{1}{x}$ , {x, -3, 3}, PlotRange -> 6, Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
-> {x, y}, AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]}, GridLinesStyle  
-> Directive[Yellow, Dotted], AspectRatio -> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel  
->  $y = \frac{1}{x}$ , Exclusions -> Thin]
```



Sestrojte graf této funkce:

$$f_9 : y = \frac{2}{x} \quad (9)$$

Graf funkce f_9 :



Graf 9: Graf funkce f_9

Zápis programu

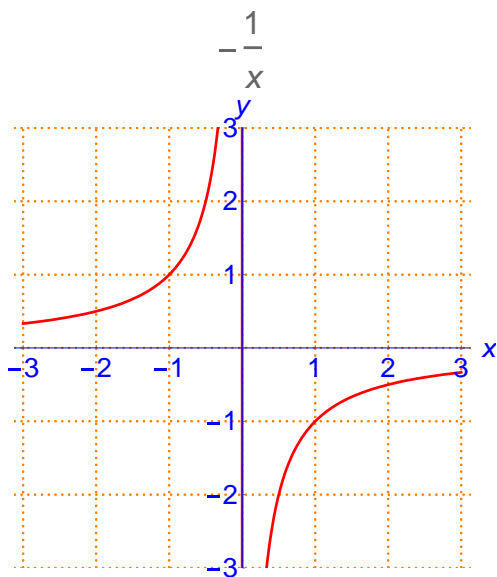
```
Plot[ $\frac{2}{x}$ , {x, -3, 3}, PlotRange → 6, Ticks → {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
→ {x, y}, AxesStyle → Directive[Blue, Thin], PlotStyle → {{Red, Thick}}, GridLines  
→ {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]}, GridLinesStyle  
→ Directive[Yellow, Dotted], AspectRatio → Automatic, BaseStyle → 20, PlotLabel  
→  $y = \frac{2}{x}$ , Exclusions → Thin]
```



Sestrojte graf této funkce:

$$f_{10} : y = -\frac{1}{x} \quad (10)$$

Graf funkce f_{10} :



Graf 10: Graf funkce f_{10}

Zápis programu

```
Plot [-1/x, {x, -3, 3}, PlotRange -> 6, Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel  
-> {x, y}, AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}}, GridLines  
-> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]}, GridLinesStyle  
-> Directive[Yellow, Dotted], AspectRatio -> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel  
-> y = -1/x, Exclusions -> Thin]
```



4.5 Mocninné funkce

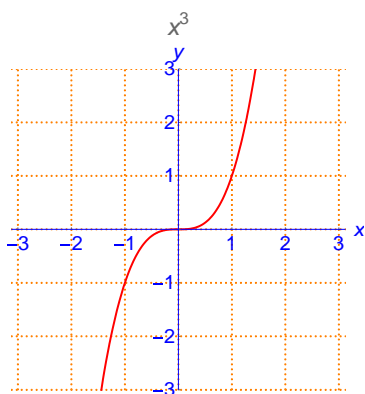
Sestrojte graf této funkce:

$$f_{11} : y = x^3 \quad (11)$$

Mocninné funkce:

- Pro každé přirozené číslo n a pro každé reálné číslo x je mocnina x^n definována jako n -krát
 $x \cdot x \cdot \dots \cdot x$;
- b) Pro $n=0$ a pro každé reálné číslo $x \neq 0$ definujeme
 $x^0 = 1$;
- c. Pro každé celé záporné číslo n a pro každé reálné číslo $x \neq 0$ se definuje
 $x^n = \frac{1}{x^{-n}}$

Graf funkce f_{11} :



Graf 11: Graf funkce f_{11}

Zápis programu

```
Plot[ x^3, {x, -3, 3}, PlotRange -> 6,  
Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel -> {x, y},  
AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}},  
GridLines -> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]},  
GridLinesStyle -> Directive[Yellow, Dotted],  
AspectRatio -> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel -> y == x^3,  
Exclusions -> Thin]
```

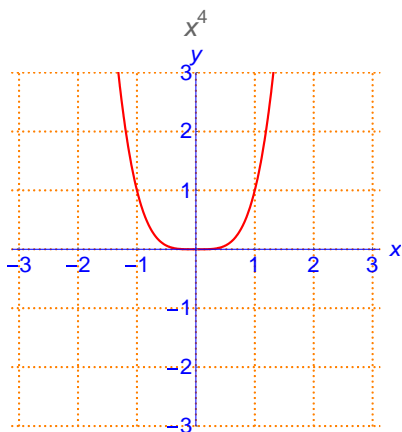



Sestrojte graf této funkce:

$$f_{12} : y = x^4$$

(12)

Graf funkce f_{12} :



Graf 12: Graf funkce f_{12}

Zápis programu

```
Plot[ x^4, {x, -3, 3}, PlotRange -> 6,  
  Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel -> {x, y},  
  AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}},  
  GridLines -> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]},  
  GridLinesStyle -> Directive[Yellow, Dotted],  
  AspectRatio -> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel -> y == x^4,  
  Exclusions -> Thin]
```

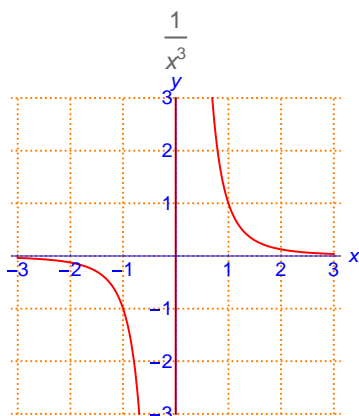


Sestrojte graf této funkce:

$$f_{13} : y = x^{-3}$$

(13)

Graf funkce f_{13} :



Graf 13: Graf funkce f_{13}

Zápis programu

```
Plot[ x^-3, {x, -3, 3}, PlotRange -> 6,  
Ticks -> {Range[-3, 3, 1], Range[-3, 3, 1]}, AxesLabel -> {x, y},  
AxesStyle -> Directive[Blue, Thin], PlotStyle -> {{Red, Thick}},  
GridLines -> {Range[-3, 3, 1], Range[-6, 6, 1]},  
GridLinesStyle -> Directive[Yellow, Dotted],  
AspectRatio -> Automatic, BaseStyle -> 20, PlotLabel -> y == x^-3,  
Exclusions -> Thin]
```