



## **Středoškolská technika 2023**

**Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na ČVUT**

### **MIURA ORIGAMI**

**Veronika Modrá**

Doctrina – Podještědské gymnázium

Sokolovská 328, Liberec 14

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou práci vypracovala samostatně a použila jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupnění této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

V Liberci dne 25.3.2023

Veronika Modrá

## **Anotace**

Tento projekt se zabývá Miura origami, mechanickými materiály, které spadají do skupiny tzv. auxetických materiálů. Jedná se o materiály se zápornou Poissonovou konstantou, což znamená, že při působení silou v jednom směru, materiál se roztahuje i ve směru kolmém na směr natahování. Projekt nejprve popisuje princip těchto materiálů a jejich možná využití. Následně jsou v práci měřeny vlastnosti Miura-ori materiálů na třech modelech poskládaných z papíru a naměřené hodnoty jsou poté porovnávány s teoretickými průběhy. Z výsledků je zřejmé, že pomocí papírových modelů nelze dosáhnout přesných výsledků, jelikož se od teoretických modelů liší v mnoha věcech; ohyby mají určitou tloušťku, tvrdé plochy jsou pružné a je možné je mírně deformovat, modely nemusí být poskládány naprosto dokonale. Přesto je možné jimi nastínit orientační závislosti a vlastnosti Miura-ori materiálů.

## **Klíčová slova**

Miura origami; auxetické materiály; Poissonova konstanta; tuhé origami

## **Annotation**

This project focuses on the Miura-ori fold, mechanical materials that belong to the group of auxetic materials. These are materials that have a negative Poisson's ratio, which means that when a force is applied in one direction, the material expands even in the direction perpendicular to the direction of stretching. The project first describes the principle of these materials and their possible applications. Afterwards, the properties of the Miura-ori materials are measured on three models assembled from paper and the measured values are then compared with ideal ones. The results show that accurate results cannot be obtained using paper models as they differ from ideal models in many ways; the bends have a certain thickness, the rigid surfaces are flexible and can be slightly deformed, and the models may not be assembled perfectly. Nevertheless, they can be used to indicate the relations and properties of the Miura-ori materials.

## **Keywords**

The Miura-ori fold; auxetics; Poisson's ratio; rigid origami

# OBSAH

ÚVOD .....	5
<b>1 TEORETICKÁ ČÁST .....</b>	<b>6</b>
1.1 HISTORIE .....	6
1.2 POISSONOVA KONSTANTA .....	6
1.3 MIURA ORIGAMI PRINCIP .....	7
1.3.1 <i>Vztahy popisující dané veličiny</i> .....	8
1.4 VYUŽITÍ AUXETICKÝCH MATERIÁLŮ .....	9
1.4.1 <i>Skládání plošných tuhých materiálů</i> .....	9
1.4.2 <i>„Rostoucí materiály“</i> .....	9
<b>2 PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>11</b>
2.1 ZÁVISLOST ŠÍŘKY NA DÉLCE MATERIÁLU .....	11
2.1.1 <i>Metodika</i> .....	11
2.1.2 <i>Výsledky</i> .....	12
2.1.3 <i>Diskuze</i> .....	18
2.2 ZÁVISLOST POISSONOVA ČÍSLA NA ÚHLU $\Theta$ .....	19
2.2.1 <i>Metodika</i> .....	19
2.2.2 <i>Výsledky</i> .....	20
2.2.3 <i>Diskuze</i> .....	22
<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>23</b>
<b>ZDROJE .....</b>	<b>24</b>
ELEKTRONICKÉ ZDROJE .....	24
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ V PRÁCI .....</b>	<b>26</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH .....</b>	<b>27</b>
<b>PŘÍLOHY .....</b>	<b>29</b>

# ÚVOD

Miura origami (taktéž Miura-ori) je způsob skládání materiálu, který umožňuje jednotlivým dílům modelu zůstat rovné, nedeformované. Jak je z názvu zřejmé, původně se jednalo pouze o druh origami. Miura-ori však není pouze dětská skládanka, ale model mechanického materiálu, který má před sebou díky svému zvláštnímu chování při mechanickém roztahování velkou budoucnost.

Cílem práce je seznámit čtenáře s pojmem Miura origami a se souvislostmi, které se jej týkají. Zvláštní prostor je věnován Poissonově konstantě, která je v teorii auxetických materiálů naprosto zásadní a netýká se pouze Miura-ori vzorů. V projektu je zahrnuta především praktická část, kde se nejprve provádí měření Poissonovy konstanty pro Miura-ori s různými úhly přeložení a která se dále odkazuje na výchozí graf závislosti Poissonovy konstanty na úhlu  $\theta$ , který popisuje aktuální míru složení Miura-ori materiálu.

S ohledem na domácí podmínky, ve kterých byla všechna měření prováděna, se nepředpokládá, že výsledkem bude přesné ověření výchozího grafu. Cílem je spíše představit čtenářům danou závislost a demonstrovat, nakolik je možné z papíru složit přesný a funkční fyzikální model.

# 1 TEORETICKÁ ČÁST

Miura origami se zařazuje do skupiny metamateriálů<sup>1</sup>, která se označuje jako *auxetické*. U těchto materiálů je možné sledovat zvláštní chování při mechanickém roztahování. Když působí v jednom směru vnější síla, materiál se roztahuje i v druhém směru, namísto toho, aby se ve druhém směru zúžil, jak by se dalo očekávat (viz příloha 1). Stejným způsobem to funguje i naopak; když na materiál působí síla směrem dovnitř, zmenšují se opět oba rozměry. Tuto vlastnost popisuje fyzikální veličina *Poissonova konstanta*, která je u všech auxetických materiálů záporná. (Comet, 2022)

## 1.1 Historie

S Miura origami přišel poprvé japonský astrofyzik Koryo Miura, podle kterého je model i pojmenován. Od roku 1970 se začal zabývat tím, co se mělo stát jedním z nejznámějších origami vzorů. Přišel na to, že se jedná o vsutku efektivní způsob, jak poskládat například mapu; rozbalit i zabalit lze pouze jediným pohybem (viz příloha 2). (Woo, 2017)

Roku 1985 vytvořil Miura návrh na zabalení solárního panelu do kosmické stanice právě na principu Miura-ori. Solární panely tak mohly být skladně složeny při cestě a pak jednoduše rozloženy ve vesmíru. Tento návrh byl uplatněn 18. března 1995, kdy do vesmíru odstartoval experimentální japonský satelit Space Flyer Unit (viz příloha 3). (Babcock, 2020)

## 1.2 Poissonova konstanta

Poissonova konstanta v mechanice<sup>2</sup> je bezrozměrná fyzikální veličina popisující mechanickou roztažnost materiálu.

Jedná se o poměr relativního podélného prodloužení objektu k jeho relativnímu příčnému prodloužení. U většiny materiálu je relativní příčné prodloužení záporné, jelikož se objekty při roztahování v jednom směru ve směru kolmém zkracují. Značí se písmenem  $m$  a v absolutní hodnotě je vždy větší než 1.

Poissonova konstanta je definována vztahem:

$$m = - \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (1)$$

---

<sup>1</sup> *Metamateriál* je označení pro materiály, které byly uměle vyrobené a mají vlastnosti v přírodě se nevyskytující. (Kulhánek, 2006)

<sup>2</sup> Poissonova konstanta se vyskytuje i v termodynamice, jedná se však o rozdílnou veličinu.

kdy  $m$  označuje Poissonovu konstantu,  $\varepsilon_x$  relativní prodloužení ve směru namáhání a  $\varepsilon_y$  relativní prodloužení ve směru kolmém na směr namáhání. (Zhang, 2019)

Vzorec je volen tak, aby když se objekt s klasickými mechanickými vlastnostmi v příčném směru zužuje,  $\varepsilon_y$  bude záporné, což zapříčiní výslednou hodnotu konstanty kladnou. V případě auxetických materiálů vyjde hodnota prodloužení v příčném směru kladná; výsledná hodnota konstanty bude záporná.

S Poissonovou konstantou velmi blíže souvisí veličina Poissonovo číslo. Značí se  $\nu$  a jedná se o převrácenou hodnotu Poissonovy konstanty, která je definována vztahem:

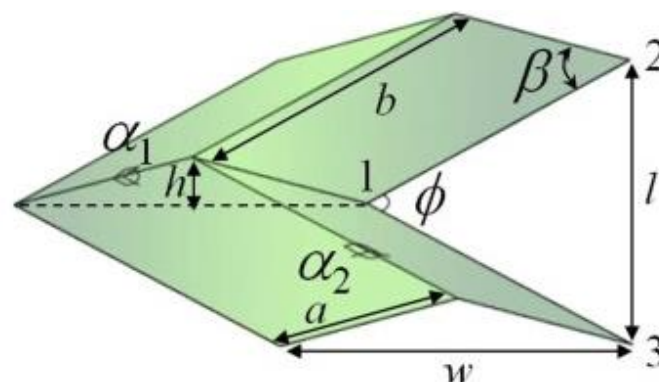
$$\nu = \frac{1}{m} = - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (2)$$

Poissonovo číslo je v praxi využíváno častěji než Poissonova konstanta. (Holmes, 2019)

### 1.3 Miura origami princip

Miura-ori materiály se řadí do skupiny tzv. tuhých origami. Tím je myšlena vlastnost ohýbat se pouze po vybraných liniích a hranách bez jakékoli deformace rovných ploch. Díky tomu mají tyto materiály mnoho využití, zejména v inženýrství. (Jiang, 2014) Je však možné si podobné struktury všimnout i v přírodě, například u listu habru, jehož chování se při růstu nápadně podobá Miura-ori modelům (viz příloha 4). (Marks, 2020)

Materiál je tvořen periodickou strukturou složenou z mnoha stejných na sebe navazujících rovnoběžníkových ploch. Samotná buňka Miura-ori materiálu je definována stranami opakujícího se rovnoběžníku  $a$  (kratší strana) a  $b$  (delší strana), úhlem  $\beta$ , který ovlivňuje jeho sklon a úhlem  $\phi$ , který definuje míru složení. Úhel  $\phi$  se nenachází na ploše rovnoběžníku, je to úhel sevřený dvěma stranami  $b$  (viz obrázek 1). Posledním úhlem je  $\theta$ , který označuje sklon rovných ploch vzhledem k podložce (viz příloha 5).



Obrázek 1 Samotná buňka Miura-ori modelu. Úhel  $\phi$  je na obrázku značen velkým písmenem, v projektu je však pracováno s malým z důvodu lehčího zacházení. (Jiang, 2014)

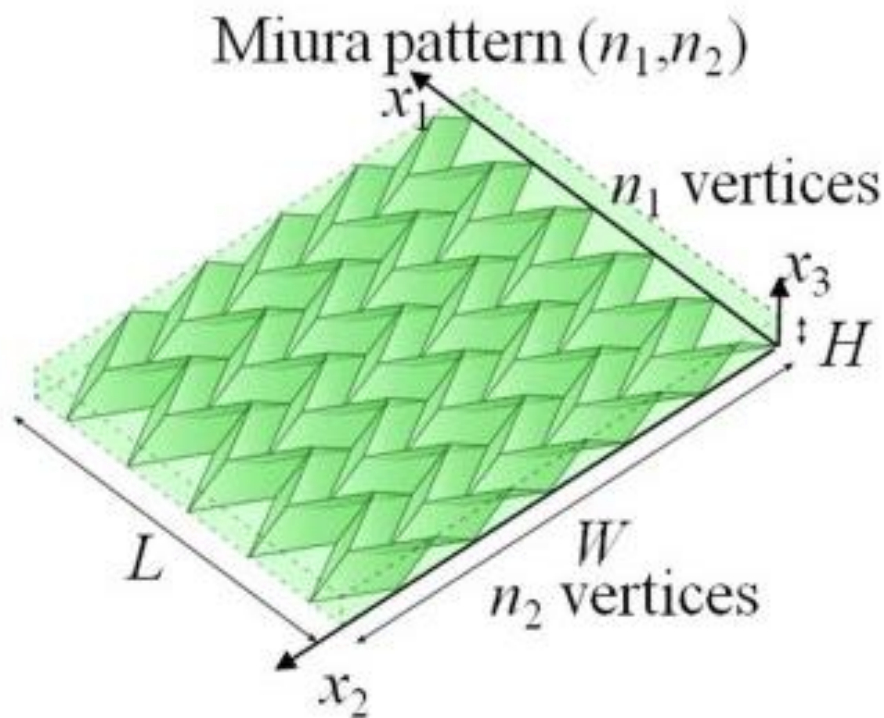
Úhel  $\beta \in (0^\circ; 90^\circ)$

Úhel  $\varphi \in (0^\circ; 2\beta)$

Úhel  $\theta \in (0^\circ; 90^\circ)$

Při tvorbě rovnoběžníku Miura-ori je třeba určit tři proměnné;  $a$ ,  $b$  a  $\beta$ . Dále zbývají úhly  $\varphi$  a  $\theta$ , které lze měnit po složení materiálu a které definují míru složení. Jedná se však pouze o jeden stupeň volnosti, jelikož oba úhly definují jednu a tu samou proměnnou. Stupněm volnosti je myšleno, že v rovině lze s modelem manipulovat pouze jedním způsobem.

Při popisu Miura-ori jako celku se přidává ještě několik veličin; těmi jsou délka  $L$  celého modelu a jeho šířka  $W$ , počet vrcholů v podélném směru  $n_1$  a v příčném  $n_2$  (viz obrázek 2). Ty je třeba počítat jedním určitým způsobem, aby odpovídaly příslušným vzorcům (viz příloha 6).



Obrázek 2 Celý Miura-ori model (Jiang, 2014)

### 1.3.1 Vztahy popisující dané veličiny

Veličiny vyskytující se v Miura-ori materiálech jsou spolu propojené složitými vztahy, spoléhající se nejčastěji na goniometrické funkce, které se využívají při práci s úhly. Do této práce byly vztahy převzaty z článku *Origami based Mechanical Metamaterials* (Jiang, 2014) a *Geometry of Miura-folded metamaterials* (Schenk, 2013).



Pro délku  $L$  celé struktury platí vztahy:

$$L = (n_1 - 1) b \sin \frac{\varphi}{2} \quad (3)$$

$$L = (n_1 - 1) b \frac{\cos \theta \tan \beta}{\sqrt{1 + \cos^2 \theta \tan^2 \beta}} \quad (4)$$

Pro její šířku  $W$  platí vztah:

$$W = (n_2 - 1) a \frac{\cos \beta}{\cos \frac{\varphi}{2}} + b \cos \frac{\varphi}{2} \quad (5)$$

Přestože se Miura-ori periodicky opakuje, chování jedné buňky samotné se liší od chování celého materiálu. Z toho důvodu nelze úspěšně měřit vlastnosti Miura origami na jediné buňce. (Jiang, 2014)

## 1.4 Využití auxetických materiálů

Auxetické materiály mohou díky svým výjimečným vlastnostem najít v dnešním světě mnohá využití v nejednom odvětví. Jejich použití je možné rozdělit především do dvou rovin podle konkrétních vlastností, které se využívají. První skupinou jsou případy, kdy je snahou poskládat plošné tuhé materiály do co nejmenších útvarů. Druhá skupina spadá především do textilního průmyslu a zabývá se vlastností auxetických materiálů roztahovat se do dvou směrů zároveň.

### 1.4.1 Skládání plošných tuhých materiálů

Jak bylo zmíněno, skládání materiálů na principu origami je dnes rychle se rozvíjejícím tématem. Při skládání materiálů tímto způsobem zůstanou všechny plochy rovné, materiál se ohne pouze na záměrně vytvořených ohybech. Zároveň je možné objekt složit i rozložit jedním pohybem. To představuje například způsob jak ve vesmíru rozložit solární panely nebo solární plachtu. Tyto výhody zaručují, že oblast využití auxetických materiálů stále roste. (Grima-Cornish, 2019)

### 1.4.2 „Rostoucí materiály“

V druhém případě se využití zaměřuje výhradně na negativní Poissonovu konstantu auxetických materiálů. Tato vlastnost se ukázala velmi užitečná v textilním průmyslu, zejména při výrobě sportovního oblečení. Zapříčiňuje totiž, že materiál dokáže lépe přizpůsobit chtěnému tvaru než běžné materiály. Příkladem si lze všimnout například u kolekce bot Nike

Free, kde je podrážka složena z malých šestiúhelníků, které je možné mírně roztahovat. Stejně tak v kolekci Under Armour ClutchFit™ mají boty auxeticky uspořádaný vršek, aby mohly co nejlépe sednout (viz přílohy 7 a 8). (Grima-Cornish, 2019)

Boty však nejsou jedinými produkty, které využívají principu auxetických materiálů. Společnost Petit Pli začala vyrábět dětské oblečení, které se má dětem přizpůsobovat během jejich růstu. Toto oblečení se prodává pouze ve třech velikostech; první vydrží dětem od narození do dvanácti měsíců, druhá od devíti měsíců do čtyř let a třetí od čtyř do devíti let (viz příloha 9). Dalším úspěšným výrobkem této společnosti tentokrát z řady pro dospělé je například těhotenské oblečení, které mohou ženy nosit během celé doby těhotenství. (Petit Pli, 2021)

Další možné využití lze najít i v lékařství. Existují tzv. chytré náplasti, které mají strukturu auxetických materiálů. Kromě toho, že dokáží lépe obemknout tvar, který má chránit, mohou mít i jiná vylepšení. Andrew Alderson poprvé přišel s konceptem vytvoření náplastí a obvazů, které by ve své auxetické struktuře mohly mít umístěné léčivé složky. V situaci, kdy by zranění oteklo, materiál by se roztáhl a léčivé složky by se uvolnily (viz příloha 10). (Alderson, 2020)

Vzhledem k tomu, že jde o nově a aktuálně se rozvíjející materiály, lze očekávat, že možnosti a způsoby využití budou rychle narůstat. Je pravděpodobné, že budou vznikat další mechanismy s auxetickými vlastnostmi, což může vést i k využitím, které zatím známy nejsou. Je téměř zaručené, že auxetické materiály mají před sebou ještě velkou budoucnost.

## 2 PRAKTICKÁ ČÁST

Cílem praktické části v práci bylo graficky znázornit závislosti pojící se k Miura-ori a zjistit nakolik model z papíru a měření v domácích podmínkách může odpovídat teoretickým hodnotám. Z papíru bylo vytvořeno několik modelů Miura-ori s různými úhly  $\beta$ . Na nich se naměřila šířka v závislosti na délce. V druhé polovině byl ověřován graf závislosti Poissonova čísla na úhlu  $\theta$ , který byl nejprve sestaven podle teoretických hodnot, a následně k němu byla přidána prakticky naměřená křivka.

K tvorbě grafů bylo dohromady použito sedm modelů s následujícími rozměry:

	$\beta$ (°)	a (cm)	b (cm)	$n_1$ (-)	$n_2$ (-)	viz
1.	26	3,5	5,5	17	7	Příloha 12
2.	34	3,1	4,9	17	9	Příloha 13
3.	37	2,8	4,4	17	9	Příloha 14
4.	37	4	6,35	9	7	Příloha 15
5.	40	2,8	4,1	17	9	Příloha 16
6.	45	3,75	5,25	9	7	Příloha 17
7.	55	4	4,55	9	7	Příloha 18

Tabulka 1 Rozměry modelů

### 2.1 Závislost šířky na délce materiálu

#### 2.1.1 Metodika

K měření bylo použito šest Miura-ori modelů s úhly  $\beta \in \{34^\circ; 37^\circ; 37^\circ; 40^\circ; 45^\circ; 55^\circ\}$ . Kvůli zvolenému způsobu měření musely být všechny modely zarovnány na celý počet buněk, což mírně zkrátilo jejich délku z původní velikosti A3.

Milimetrový papír sloužil jako podložka, na které bylo možné odečítat hodnoty. Ze dvou stran k němu byly přiložené zarážky. Pomocí rovného prkénka se určovala délka, na milimetrovém papíru se následně odečetla šířka (viz příloha 11). Hodnoty byly zaznamenávány po 1 cm a byly měřeny s přesností na 0,05 cm.

Modely nebyly natahovány rukou, aby se co nejvíce omezilo nerovnoměrné natažení materiálu. Při odečítání šířky byly zaznamenány hodnoty u všech vrcholů; ty se posléze zprůměrovaly a

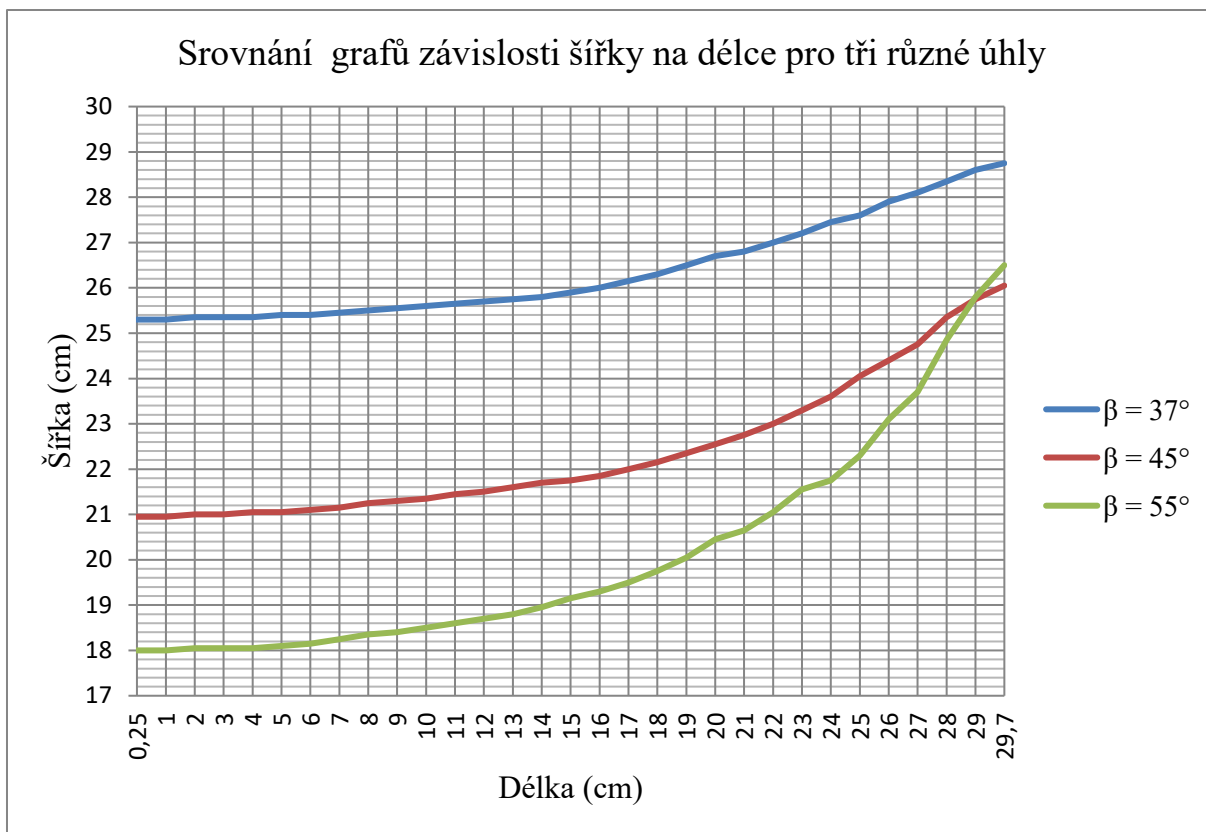
pracovalo se až s konečnou hodnotou, aby šlo nepřesnosti vzniklé skládáním modelu pokud možno co nejvíce omezit.

Naměřené hodnoty byly vloženy do tabulek (viz přílohy 19, 20, 21), ze kterých byly vytvořeny dva spojnicové grafy (viz grafy 1, 2) sloužící k srovnání modelů s rozdílnými úhly  $\beta$ . Tři vybrané modely byly ještě porovnány s teoretickými křivkami (viz grafy 3, 4, 5). Hodnoty pro to potřebné byly vypočtené podle vzorce, odvozeného ze závislostí (3) a (5):

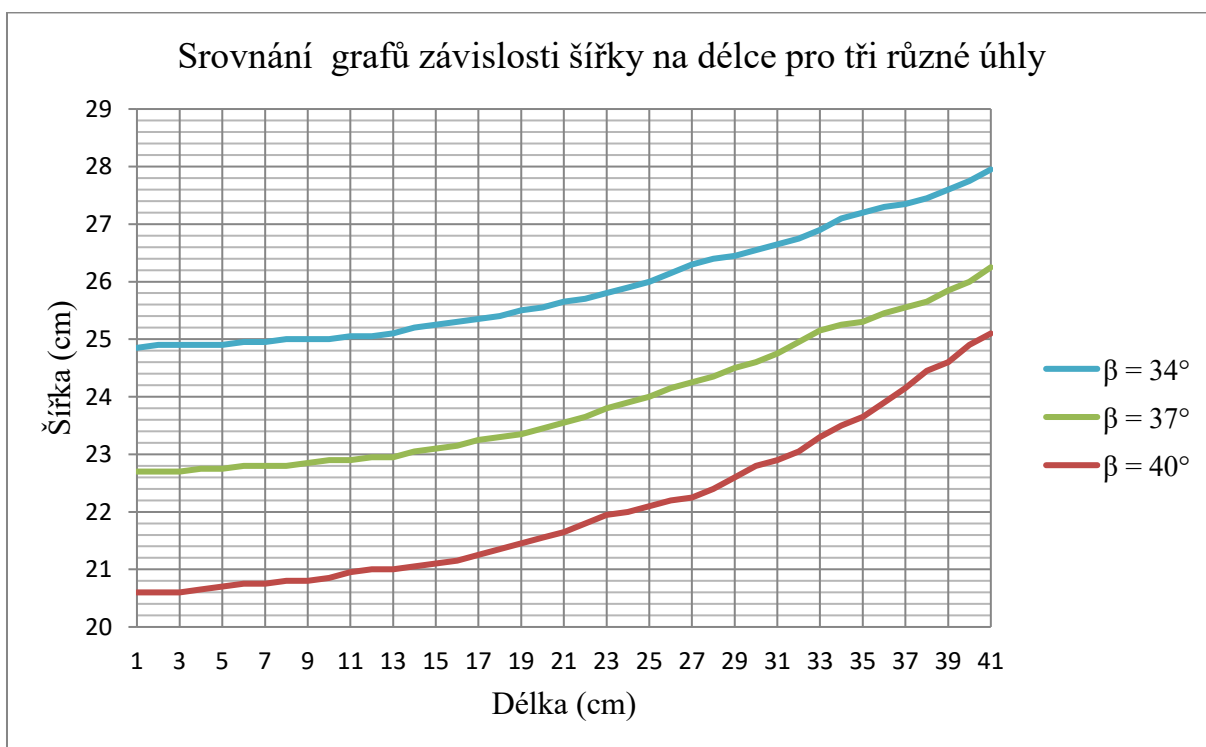
$$W = (n_2 - 1) a \frac{\cos \beta}{\cos(\sin^{-1}(\frac{L}{(n_1-1)b})}) + b \cos(\sin^{-1}(\frac{L}{(n_1-1)b})) \quad (6)$$

### 2.1.2 Výsledky

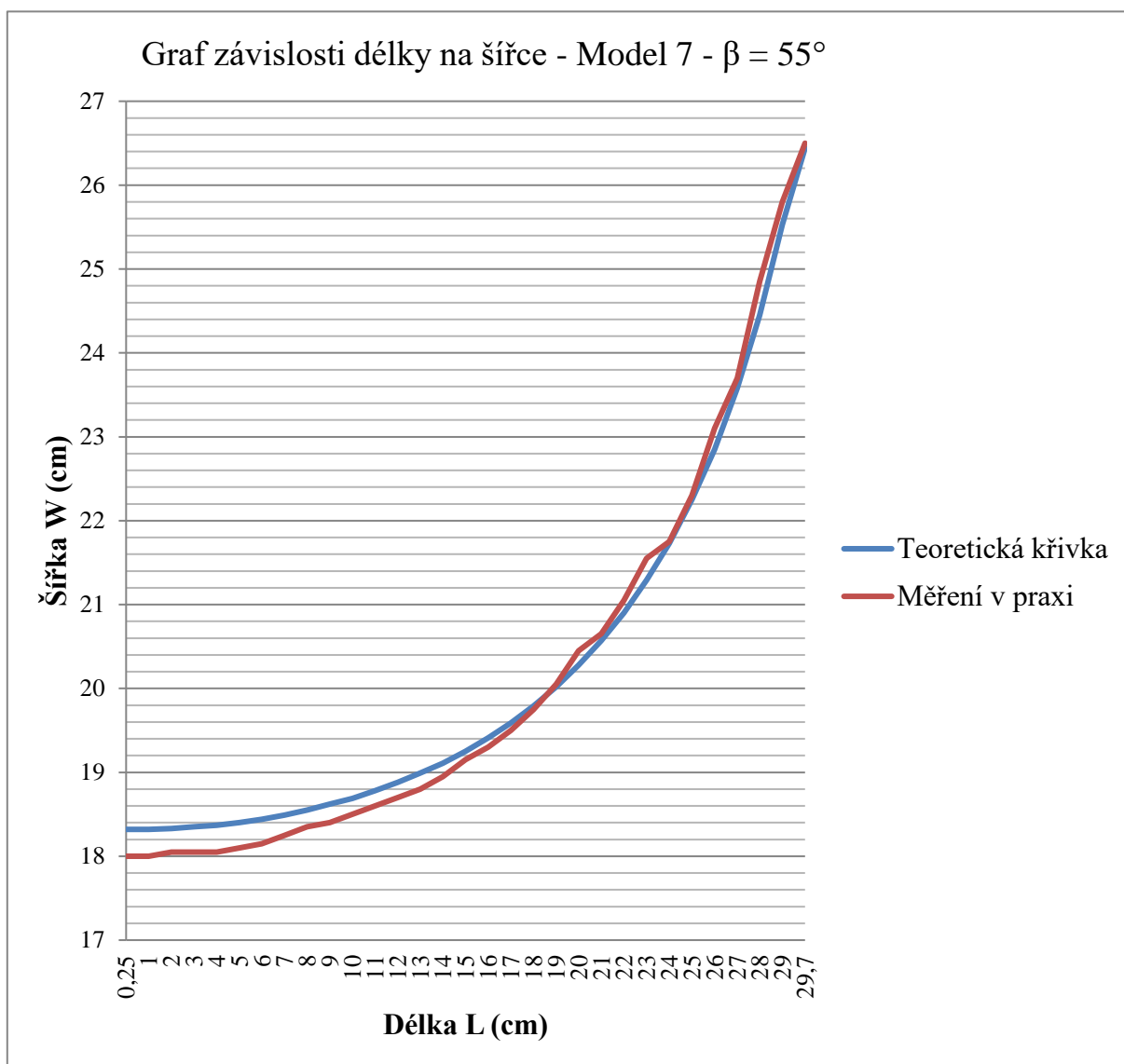
Z výsledků je zřejmé, že závislost mezi délkou a šířkou Miura-ori modelu není lineární. Úhel  $\beta$  neovlivňuje samotný tvar křivky, má však vliv na její sklon a tím pádem i její rozsah. Křivka modelu  $\beta = 55^\circ$  stoupá jednoznačně nejrychleji, zatímco  $\beta = 37^\circ$  nejpomaleji (viz graf 1). Na dalším grafu (viz graf 2) stoupá ještě méně model  $\beta = 26^\circ$ , jak je možné si všimnout na popisné ose.



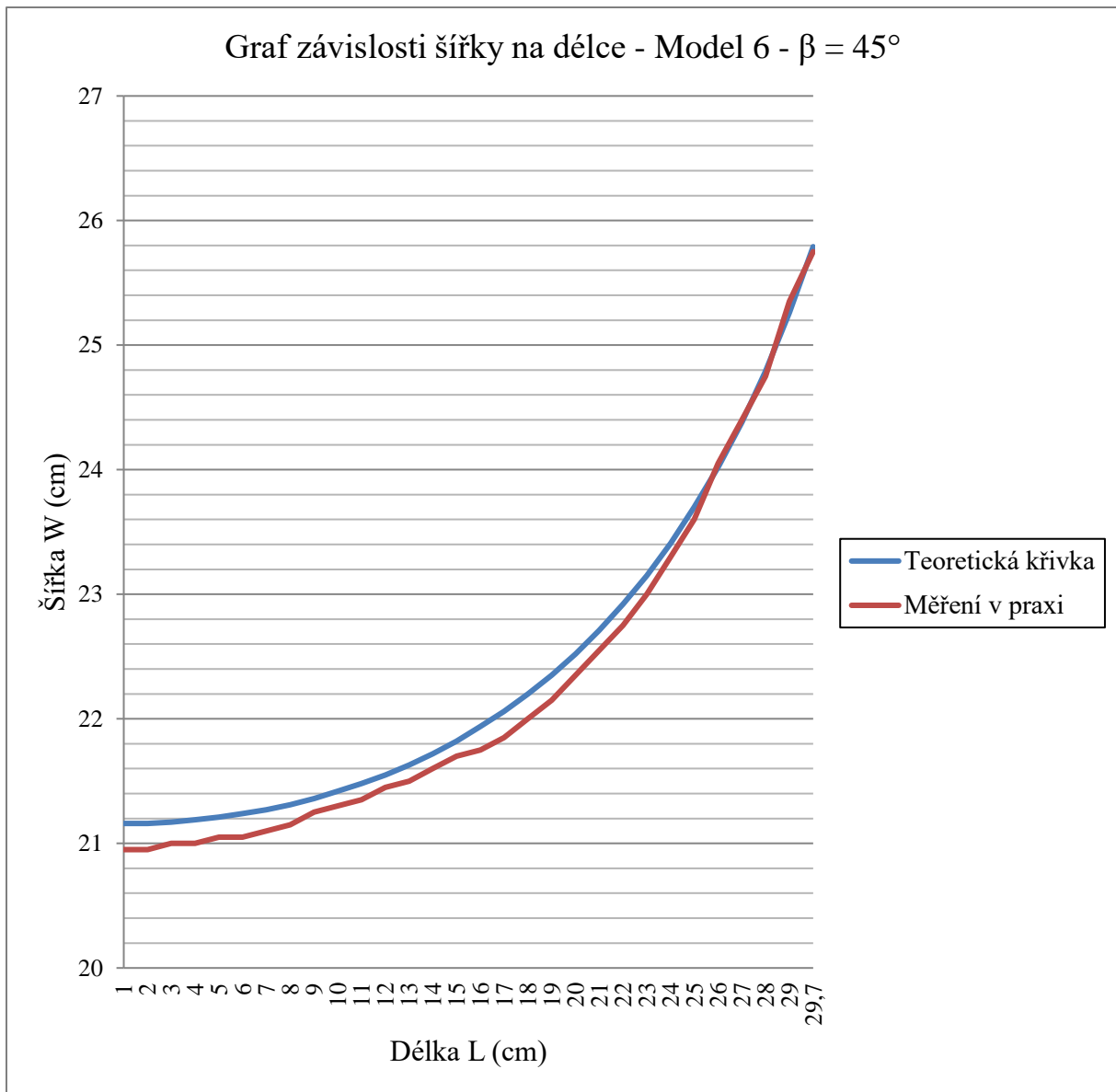
Graf 1 Závislost příčného prodoužení na podélném u modelů s různými úhly  $\beta$  – 1 (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 19)



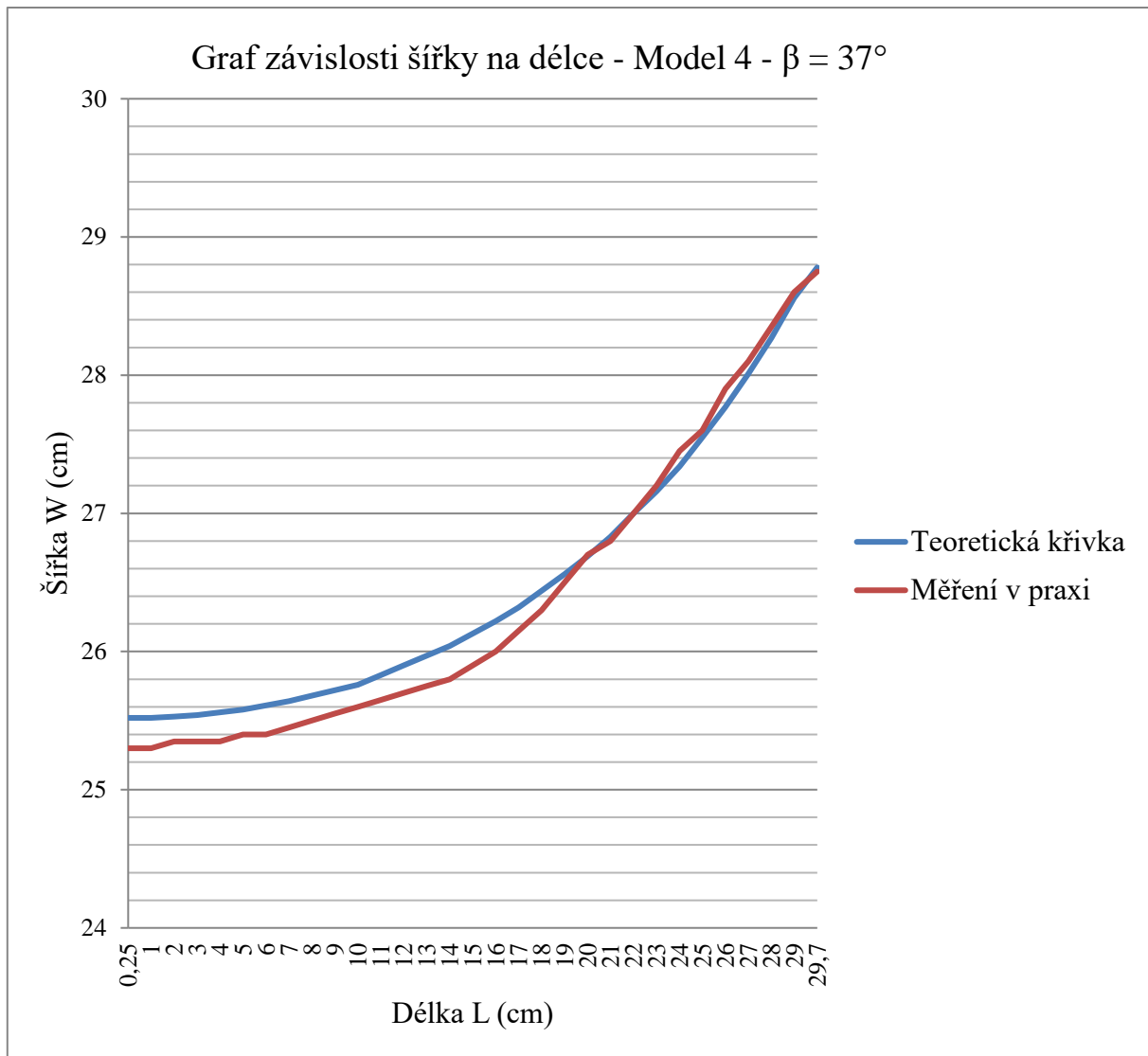
Graf 2 Závislost příčného prodoužení na podélném u modelů s různými úhly  $\beta$  – 2 (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 20)



Graf 3 Srovnávací graf naměřené křivky s teoretickou (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 21)



Graf 4 Srovnávací graf naměřené křivky s teoretickou (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 21)



Graf 5 Srovnávací graf naměřené křivky s teoretickou (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 21)

Na výsledcích grafů s teoretickou křivkou je zřejmé, že v první polovině křivky obsahují obdobnou chybu. Tu tvoří tloušťka papíru, která je jeden z důvodů, proč papír není ideálním materiálem pro tvorbu modelů. Praktická křivka se začne protínat s teoretickou v místech, kdy tloušťka papíru přestane tvořit milimetry navíc a právoplatně se začne započítávat do délky materiálu.

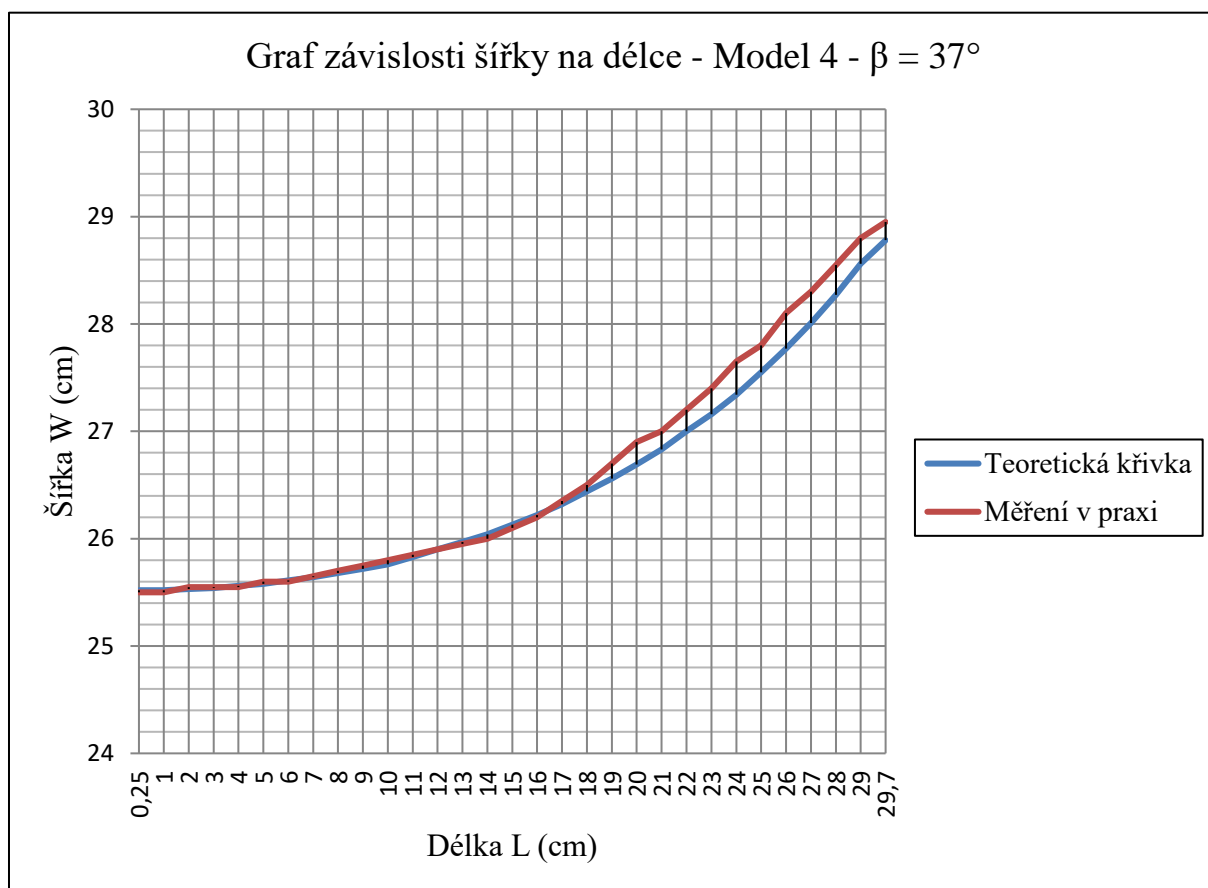
Ideální by bylo, pokud by bylo možné změřit tloušťku daného materiálu, se kterým se pracuje, a přidat ji následovně do vzorce (6):

$$W = (n_2 - 1) a \frac{\cos \beta}{\cos(\sin^{-1}(\frac{L}{(n_1-1)b}))} + b \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{L}{(n_1-1)b}\right)\right) - (n_1 - 1)c \quad (6)$$

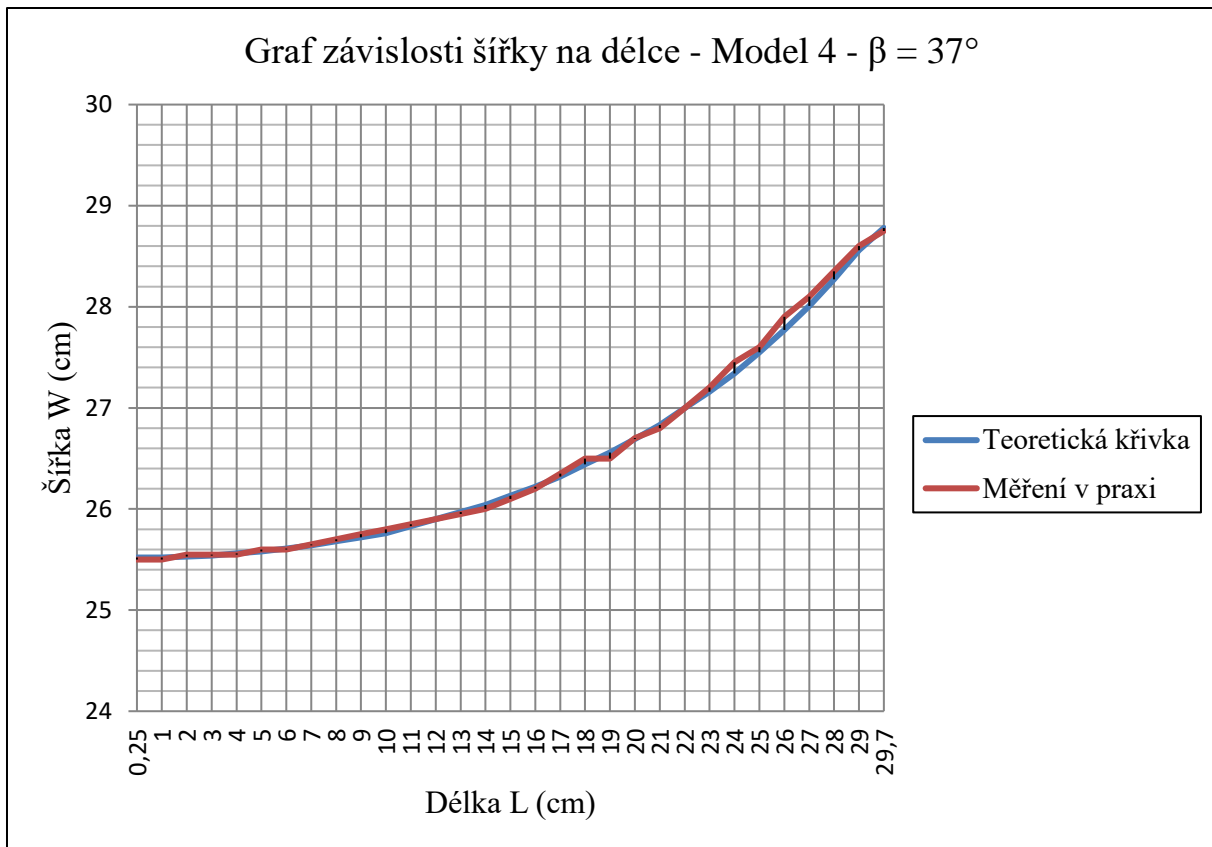
kdy  $c$  označuje tloušťku jedné vrstvy používaného materiálu.



Po změření celého modelu v úplně složeném stavu bylo zjištěno, že je tlustý 2,2 mm, což taktéž odpovídá počátečním odchylkám na grafech výše. Graf modelu  $\beta = 37^\circ$  bylo proto jednou přepočítán s takto upraveným vzorcem (viz graf 6) a podruhé nastaven tak, aby se tloušťka přestala odečítat v momentu, kdy se teoretická křivka s naměřenou zkříží (viz graf 7). Tento poslední graf vyšel nejlépe.



Graf 6 Závislosti šířky na délce s posunutou naměřenou křivkou (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 22)



Graf 7 Závislosti šířky na délce s upravenou naměřenou křivkou (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 22)

### 2.1.3 Diskuze

Vzhledem k domácím podmínkám, ve kterých měření probíhalo, lze grafy považovat za velmi přesné. U všech úhlů byla naměřená hodnota ze začátku přibližně o 2 mm menší. Okolo dvou třetin délky se však naměřená i teoretická křivka grafu setkává a s menšími odchylkami se dále vyvíjí obdobně. Vzhledem k podobnosti této chyby u všech měření se nabízí hledat logické odůvodnění. Odchylku s největší pravděpodobností způsobila tloušťka ohybů papírového modelu. Ve složeném stavu je  $\varphi = 0^\circ$ . Z toho je zřejmé, že i délka materiálu musí být nulová. To ale platí pouze u ideálního modelu, který lze napodobovat, není však možné jej zkonstruovat v reálném světě. Ve složeném stavu byla u použitých modelů naměřená délka 0,25 cm, která odpovídá odchylkám na začátcích grafů. Tato chyba se zmenšuje, až nakonec zmizí, jelikož při roztahování modelu se šířka ohybů začne správně započítávat do délky. Toto tvrzení potvrdily i dva následně sestavené grafy, které ukazují, jak lze odečtením daných 2 mm ze vzorce přiblížit křivky k sobě. Dalším krokem by mohla být snaha zjistit, kdy tloušťka papíru přestane narušovat měření, a i tuto okolnost započítat do vzorce.

Další výchyly od křivky grafu za ideálních podmínek mohou být přisouzeny pružnosti papíru, jelikož se nejedná o tvrdý materiál a je možné, že se při měření mohl mírně deformovat i mimo úmyslné ohyby. Posledním z výraznějších faktorů ovlivňujících výsledné hodnoty bude pravděpodobně samotná přesnost měření a nerovnoměrné roztažení materiálu.

## 2.2 Závislost Poissonova čísla na úhlu $\theta$

### 2.2.1 Metodika

Z článku *Geometry of Miura-folded metamaterials* (Schenk, 2013) byl vybrán graf závislosti Poissonova čísla na úhlu  $\theta$ , který má projekt za úkol porovnat s naměřenými hodnotami (viz příloha 26). Křivka teoretického průběhu byla sestrojena podle vztahu, který byl ke grafu přiložen:

$$v = -\cos^2\theta \tan^2\beta \quad (7)$$

Tím byla zjištěna závislá proměnná  $v$  (osa y) na nezávislé proměnné  $\theta$  (osa x). Tento postup byl proveden u pěti modelů. Ze získaných hodnot byl vytvořen bodový graf (viz graf 8) odpovídající výchozímu grafu.

Pro sestrojení grafu naměřených byl vypočítán úhel  $\theta$  v závislosti na délce materiálu  $L$  podle vztahu (4), ze kterého byl vyjádřen úhel  $\theta$  (Schenk, 2013):

$$\theta = \cos^{-1} \sqrt{\frac{\left(\frac{L}{bn_1}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{L}{bn_1}\right)^2\right) \tan^2\beta}} \quad (9)$$

Při výpočtu Poissonova čísla nebylo zcela jisté, co by mělo být považováno za původní délku, od které lze odvíjet relativní prodloužení. Z toho důvodu byly v prvních grafech znázorněny dvě křivky; jedna, kde původní délka označovala maximální délku modelu, a druhá, kde byla původní délka změřena v poloze, kdy na model nepůsobily žádné vnější síly (viz příloha 27). Poissonovo číslo bylo vypočítáno podle upraveného vztahu (2) do podoby:

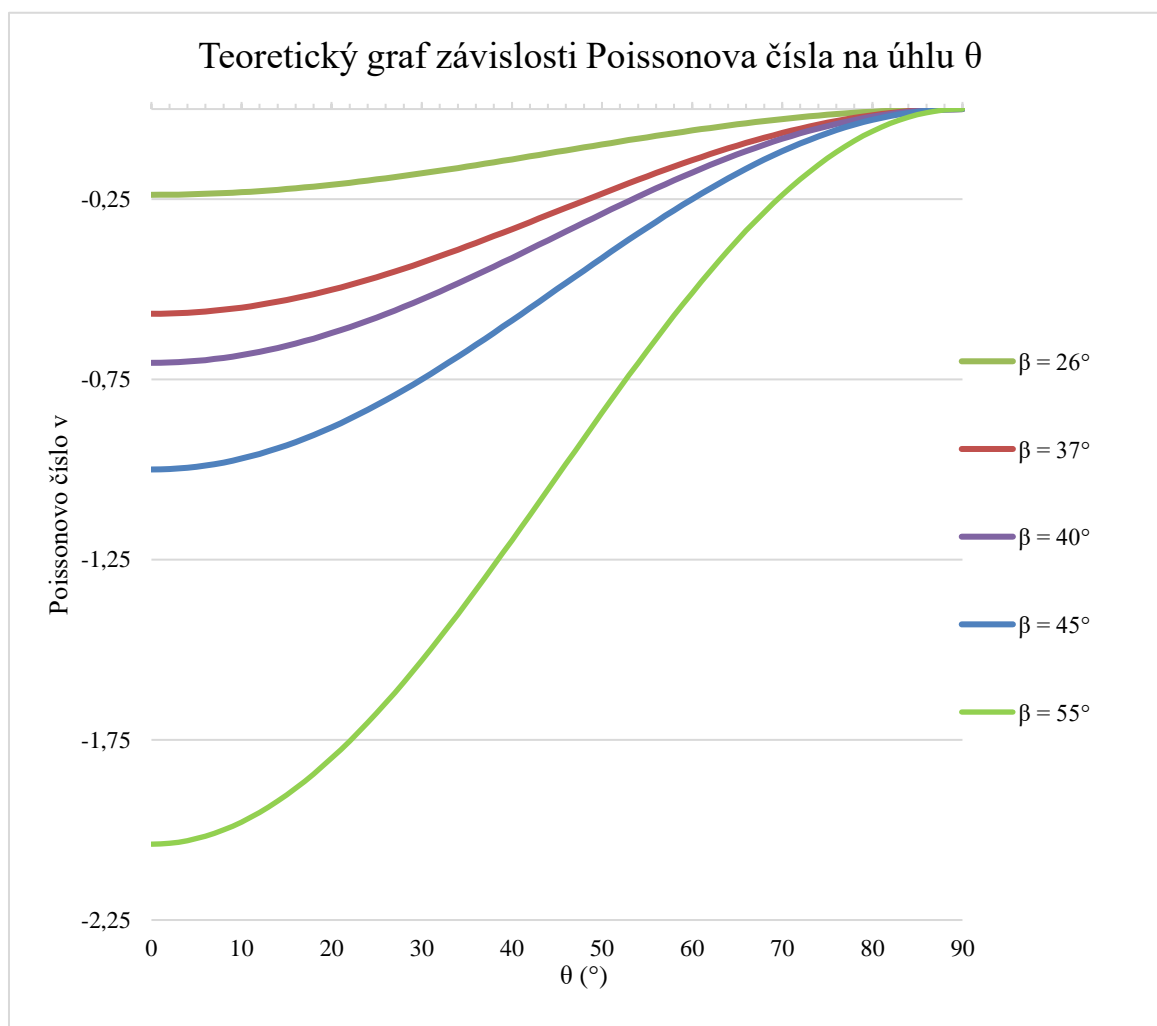
$$v = - \frac{\frac{W - W_0}{W_0}}{\frac{L - L_0}{L_0}} \quad (8)$$

Ze získaného grafu bylo zřejmé, že tento způsob určování relativních změn délky a šířky nemůže být správný. Z toho důvodu se přešlo k jiné metodě, kdy byla jako původní délka používána předchozí naměřená hodnota. Abychom získali relativní hodnoty, získaný rozdíl byl vydělen původní délkou. Pak již bylo možné získat podle vzorce (8) Poissonovo číslo.

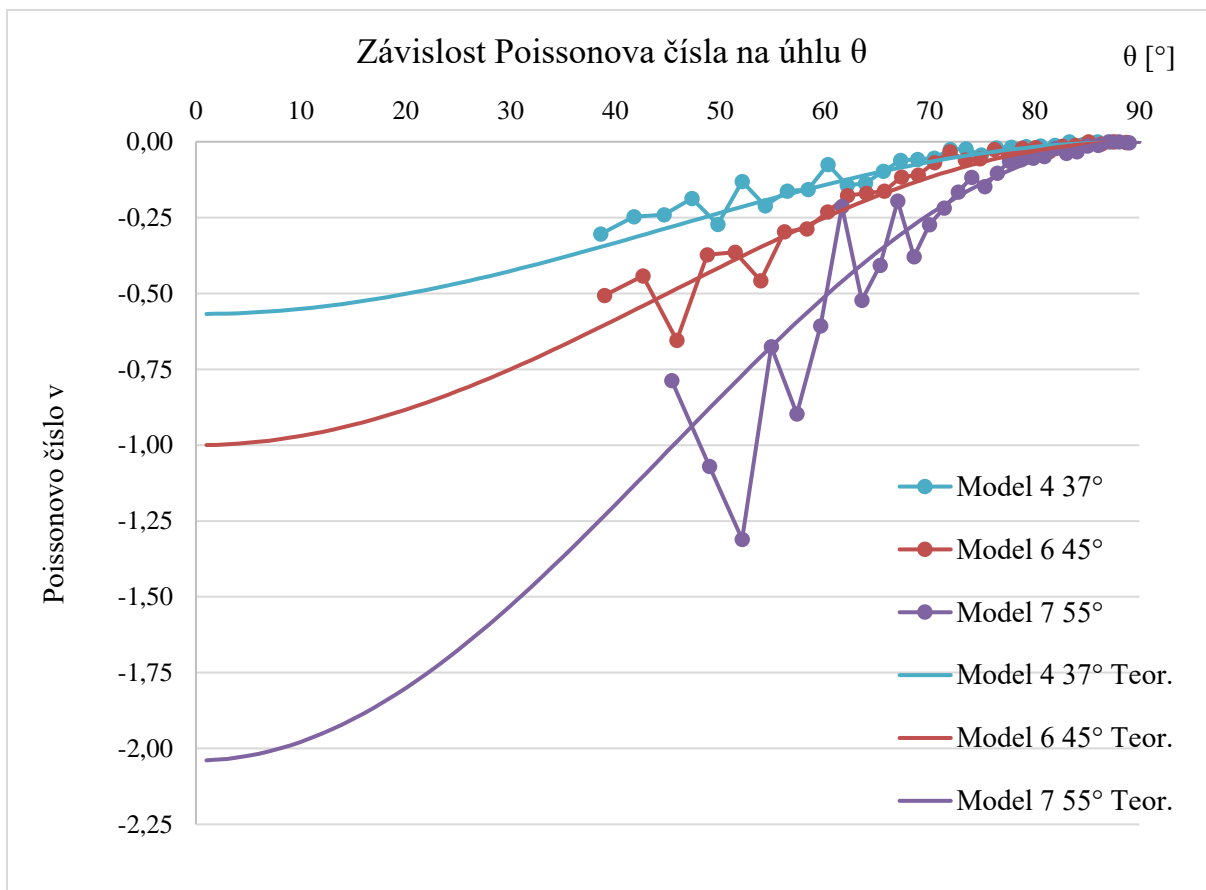
Data byla vložena do tabulek (viz přílohy 23, 24, 25), ze kterých byly vytvořeny dva bodové grafy (viz grafy 9, 10), které obsahují více modelů, které jsou vzájemně, až na úhel  $\beta$ , totožné.

## 2.2.2 Výsledky

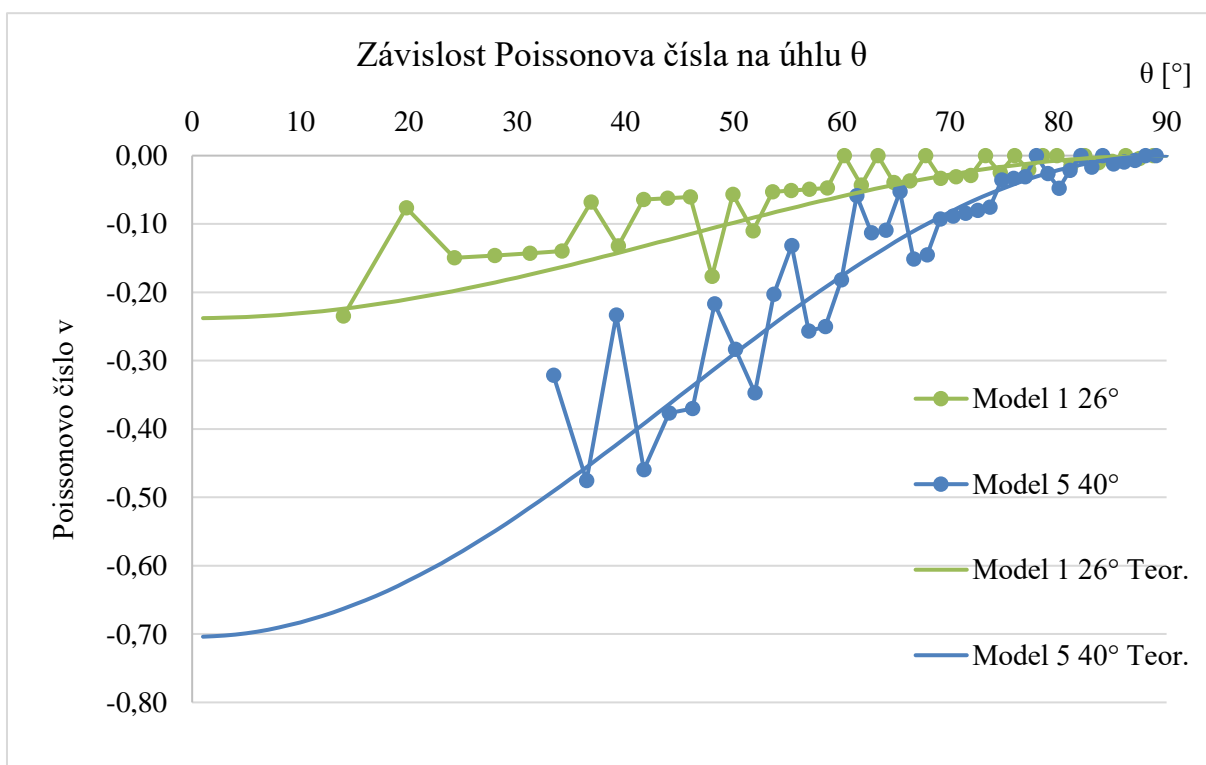
Na teoretickém grafu je možné vidět, že když je větší úhel  $\beta$ , větší je i Poissonovo číslo v absolutní hodnotě (viz graf 8). Výsledky je lze považovat za úspěšné, poněvadž napodobují tvary křivek teoretických., což vzhledem k složitosti vztahů a množství odchylek nemuselo být samozřejmostí.



Graf 8 Závislost Poissonova čísla na úhlu  $\theta$  podle výchozího grafu (Tabulka hodnot viz příloha 23)



Graf 9 Závislost Poissonova čísla na úhlu  $\theta$  – 1 (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 23, 24)



Graf 10 Závislost Poissonova čísla na úhlu  $\theta$  – 2 (Tabulka hodnot pro tento graf viz příloha 23, 25)

### 2.2.3 Diskuze

Na grafech je možné si všimnout, že dodržují trend teoretických křivek, ačkoliv s nimi nejsou zcela shodné. I na praktických měřeních lze rozpoznat, jak úhel  $\beta$  ovlivňuje sklon křivek. Z toho se dá vyvodit, že přinejmenším pro pochopení obecných vztahů a zákonitostí jsou použitelné i ne plně spolehlivé papírové modely.

Důvodem, proč nejsou křivky nijak plynulé, je samotný princip daného grafu, jelikož lze obecně v domácích podmínkách jen těžko s přesností ověřit. Poissonovo číslo pracuje se změnami délky a šířky, tudíž je třeba měřit mezi dvěma body. Na druhé straně je však jeden určitý úhel  $\theta$ . Při tvorbě teoretického grafu to není velký problém, jelikož rozdíl délek při počítání Poissonova čísla může být limitně malý, přinejmenším natolik, aby odpovídal danému úhlu  $\theta$ . Při praktickém měření s papírem, který postrádá mnohé vlastnosti ideálního modelu, byly hodnoty zapisovány po 1 cm, změna délky byla tudíž 1 cm, a změna šířky se pohybovala od 0,05 – 0,3 cm. K tomu byl přisouzen úhel na hranici tohoto intervalu, což vytváří zuby, které je možné na všech grafech vidět.

Další věci, které si lze na grafech všimnout, jsou mnohem větší chyby na začátcích křivky, tam, kde je úhel  $\theta$  menší. To je způsobené tím, že je značně obtížnější roztahovat a měřit model přesně, když už je příliš rozložen. Mezi nepřesnosti, způsobené papírovými modely, dále spadá to, že se modely roztahují nerovnoměrně, a plochy, které by měly být tvrdé se až příliš snadno uhnou. Taktéž tloušťka ohybů způsobuje jisté chyby.

Výpočty a sestavení grafů bylo prováděno ze stejných hodnot jako pro grafy závislosti šířky na délce Miura-ori materiálů, které se podobaly teoretické křivce o mnoho více. Z toho lze usuzovat, že samotné chyby měření nemusely být tak velké, avšak nedokonalá metoda měření a vztahy a výpočty, které vedly k sestavení grafů závislosti Poissonova čísla na úhlu  $\theta$ , chyby znásobily.

## ZÁVĚR

Projekt se zabývá konkrétním typem auxetických materiálů zvaným Miura origami, mechanickým materiálem, který je založen, jak lze z názvu usoudit, na japonském origami. V práci je obsažena teoretická a praktická část. V rámci teoretické části je zmiňována historie Miura-ori, dále princip fungování se zaměřením na Poissonovu konstantu a nakonec možnosti a způsoby využití auxetických materiálů obecně.

V rámci praktické části bylo z papíru poskládáno několik modelů Miura-ori s různými definujícími úhly  $\beta$ . Z prvního měření byl úspěšně sestrojen graf závislosti šířky na délce materiálu, ze kterého bylo zřejmé, že když měl materiál větší úhel  $\beta$ , tak vyšší byla Poissonova konstanta v absolutní hodnotě, a tím větší bylo i relativní prodloužení materiálu. V druhé části byl z naměřených hodnot sestrojen graf Poissonova čísla na úhlu  $\theta$  a k němu byla přidána křivka teoretického průběhu. I v těchto grafech měly křivky naměřených hodnot podobný průběh jako teoretické křivky. Trend naměřených křivek se tvarem velmi podobal, ale křivky postrádaly kontinuitu. Příčinami „zubaté“ praktické křivky byla téměř jistě metoda měření, při které se není možné dostat s přesností na teoretický průběh, který je počítán s nekonečně malými úseky, díky čemuž může vzniknout přesný graf. Avšak vzhledem k tomu, že k oběma částím praktické části byla využívána ta stejná data a první sada grafů se velmi blížila teoretickému průběhu, lze očekávat, že odchylky se násobně navýšily i kvůli vztahům, které byly k sestrojení druhé sady grafů třeba.

Z práce je zřejmé, že model z papíru neodpovídá vlastnostem ideálního modelu hned z několika důvodů. Jelikož ohyby mají určitou tloušťku, v krajních případech vytvářejí značnou odchylku. Dále je papír do jisté míry pružný, takže tuhé plochy, které by měly zůstat naprosto rovné, se během měření mohou snadno ohnout. Posledním zmíněným problémem může být to, že modely byly ručně skládány a tudíž není možné zaručit naprostou přesnost ohybů.

# ZDROJE

## Elektronické zdroje

ALDERSON, Andrew, 2020. *Auxetic Polymers For Medical Device Technology* [online]. Sheffield Hallam University [cit. 23.10.2022]. Dostupné z: <https://www.iom3.org/uploads/assets/e162ac7a-cddc-4f09-b5fb2f962030c7d6/Sheffield-Hallam.pdf>

BABCOCK, 2020. The Miura Fold and *Tessellation in Engineering* [online]. Babcock International [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.britishorigami.org/cp-resource/the-miura-ori-map/>

BAIN, Ian, 1981. *The Miura-Ori map* [online]. BritishOrigami [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.britishorigami.org/cp-resource/the-miura-ori-map/>

COMET, Carlos Sáez, 2022. *Auxetics* [online]. Materiability – Research Group [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://materiability.com/portfolio/auxetics/>

GARCÍA, Xochitl, 2017. *Tessellation And Miura Folds* [online]. Science Friday [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.sciencefriday.com/educational-resources/tessellation-and-miura-folds/php>

GRIMA-CORNISH, James, 2019. *Auxetics: Don't pull me, I'll get fatter!* [online]. IUCr Newsletter [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.iucr.org/news/newsletter/volume-27/number-2/auxetics>

HOI, Alison, 2016. *Natural Origami: The Miura-Ori Fold* [online]. Wordpress [cit. 22.10.2022]. Dostupné z: <https://naturalorigami.wordpress.com/2016/07/18/the-miura-ori-fold/#comments>

HOLMES, Douglas, 2019. *Mechanics of Materials: Strain* [online]. BostonUniversity.edu [cit. 23.10.2022]. Dostupné z: <https://www.bu.edu/moss/mechanics-of-materials-strain/>

JIANG, hanqing, 2014. *Origami based Mechanical Metamaterials* [online]. Scientific Reports [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.nature.com/articles/srep05979>

KULHÁNEK, Petr, 2006. *Metamateriály* [online]. Aldebaran [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: [https://www.aldebaran.cz/bulletin/2006\\_16\\_met.php](https://www.aldebaran.cz/bulletin/2006_16_met.php)

MAHADEVAN, Lakshminarayanan, 2005. *Self organized Origami* [online]. Harvard.edu [cit. 22.10.2022]. Dostupné z: <https://softmath.seas.harvard.edu/press/self-organized-origami/>



MARKS, Lisa, 2020. *Thick-Material Parametric Iso-Area Origami Flashers* [online]. Mysite [cit. 22.10.2022]. Dostupné z: <https://www.leohummel.com/project01>

NIGHTWING2303, 2014. *Under Armour ClutchFit Drive Low Black/ Red* [online]. Weartesters [cit. 23.10.2022]. Dostupné z: <https://weartesters.com/armour-clutchfit-drive-low-black-red/>

PERAZA HERNANDEZ, Edwin A., 2019. *Introduction To Active Origami Structures* [online]. Springer [cit. 20.10.2022]. Dostupné z: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-91866-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-91866-2_1)

PETIT PLI, 2020. *What goes into LittleHuman clothing?* [online]. PetitPliShop [cit. 23.10.2022]. Dostupné z: <https://shop.petitpli.com/blogs/littlehuman-news/what-goes-into-littlehuman-clothing>

PIBO, Ma, 2016. *Functional Principle of Smart Bandage* [online]. ResearchGate [cit. 23.10.2022]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/figure/functional-principle-of-smart-bandage\\_fig23\\_304712265](https://www.researchgate.net/figure/functional-principle-of-smart-bandage_fig23_304712265)

SCHENK, Mark, 2013. *Geometry of Miura-folded metamaterials* [online]. PNAS [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.pnas.org/doi/10.1073/pnas.1217998110>

SCHWEBER, Bill, 2019. *Shape-Shifting Origami Surface Yields Dynamically Tunable RF Filter* [online]. Electronic Design [cit. 22.10.2022]. Dostupné z: <https://www.electronicdesign.com/technologies/analog/article/21808683/shapeshifting-origami-surface-yields-dynamically-tunable-rf-filter>

WALMART, 2018. *Nike Free Rn Flyknit 2018 Women's Silver White Black 942839-100* [online]. Walmart [cit. 23.10.2022]. Dostupné z: <https://www.walmart.ca/en/ip/Nike-Free-Rn-Flyknit-2018-Women-s-Silver-White-Black-942839-100/5KYX24XG0P61>

WOO, Marcus, 2017. *The Atomic Theory of Origami* [online]. Quantamagazine [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.quantamagazine.org/the-atomic-theory-of-origami-20171031/>

ZHANG, Jon, 2019. *Applied Petroleum Geomechanics* [online]. ScienceDirect [cit. 15.9.2022]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/poissons-ratio>

## SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ V PRÁCI

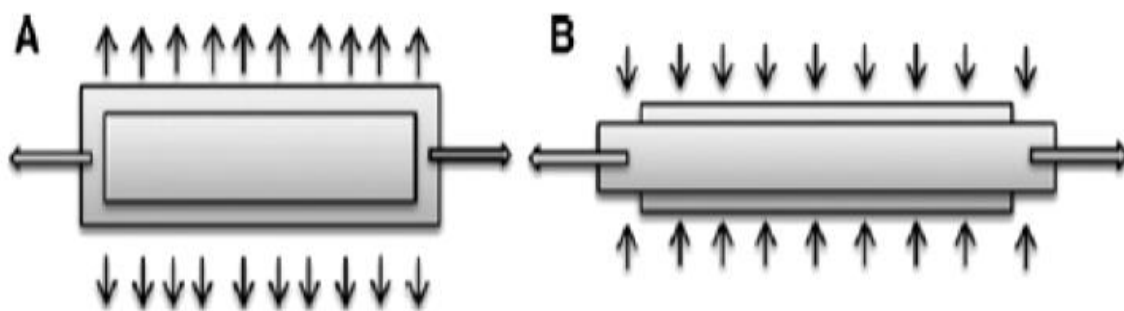
Obrázek 1 Samotná buňka Miura-ori modelu .....	7
Obrázek 2 Celý Miura-ori model .....	8
Graf 1 Závislost příčného prodoužení na podélném u modelů s různými úhly $\beta$ - 1 .....	13
Graf 2 Závislost příčného prodoužení na podélném u modelů s různými úhly $\beta$ - 2 .....	13
Graf 3 Srovnávací graf naměřené křivky s teoretickou - $\beta = 55^\circ$ .....	14
Graf 4 Srovnávací graf naměřené křivky s teoretickou - $\beta = 45^\circ$ .....	15
Graf 5 Srovnávací graf naměřené křivky s teoretickou - $\beta = 37^\circ$ .....	16
Graf 6 Závislost šířky na délce s posunutou naměřenou křivkou .....	17
Graf 7 Závislost šířky na délce s upravenou naměřenou křivkou .....	18
Graf 8 Závislost Poissonova čísla na úhlu $\theta$ podle výchozího grafu.....	20
Graf 9 Závislost Poissonova čísla na úhlu $\theta$ - 1 .....	<b>Chyba! Záložka není definována.</b>
Graf 10 Závislost Poissonova čísla na úhlu $\theta$ - 2 .....	<b>Chyba! Záložka není definována.</b>
Tabulka 1 Rozměry modelů .....	11

## SEZNAM PŘÍLOH

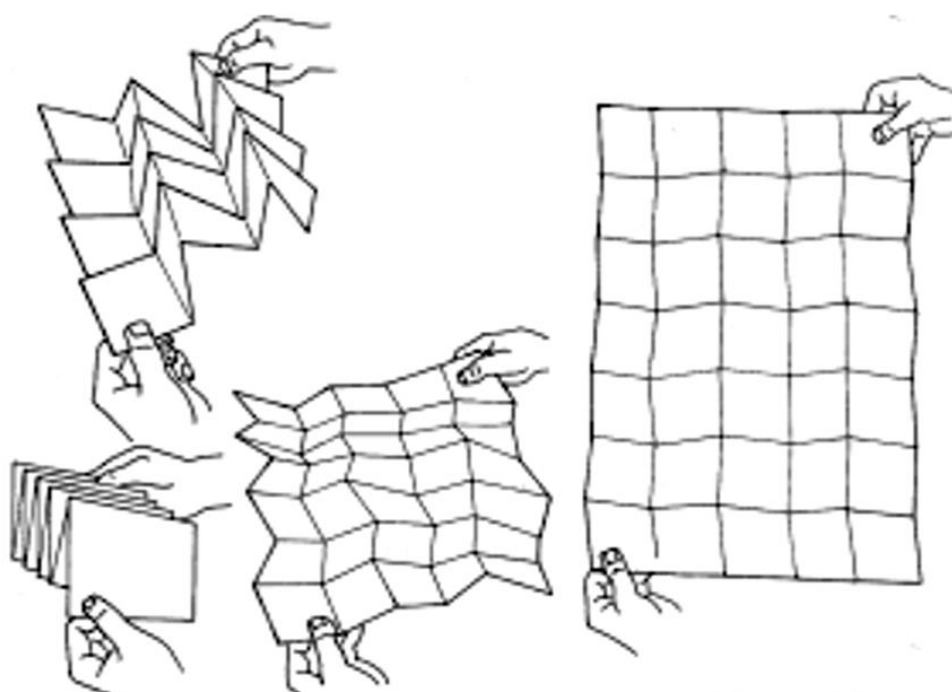
Příloha 1 (A) Auxetické materiály (B) Běžné materiály .....	30
Příloha 2 Skládání mapy pomocí Miura origami .....	30
Příloha 3 Teoretický model rozkládání solárních panelů ve vesmíru .....	31
Příloha 4 List habru připomínající strukturu Miura-ori .....	31
Příloha 5 Ukázka úhlu $\theta$ a $\xi$ .....	32
Příloha 6 Správný způsob počítání vrcholů.....	32
Příloha 7 Podrážky na principu auxetického materiálu u kolekce bot Nike Free .....	33
Příloha 8 Boty z kolekce Under Armour Cluthfit na principu auxetického materiálu.....	33
Příloha 9 Oblečení společnosti Petit Pli na principu auxetických materiálů.....	34
Příloha 10 Chytré náplasti s léčivými složkami .....	34
Příloha 11 Způsob měření prodloužení Miura-ori modelu.....	35
Příloha 12 Model 1 - $\beta = 26^\circ$ .....	35
Příloha 13 Model 2 - $\beta = 34^\circ$ .....	36
Příloha 14 Model 3 - $\beta = 37^\circ$ .....	36
Příloha 15 Model 4 - $\beta = 37^\circ$ .....	37
Příloha 16 Model 5 - $\beta = 40^\circ$ .....	37
Příloha 17 Model 6 - $\beta = 45^\circ$ .....	38
Příloha 18 Model 7 - $\beta = 55^\circ$ .....	38
Příloha 19 Tabulka hodnot pro graf 1 .....	39
Příloha 20 Tabulka hodnot pro graf 2 .....	40
Příloha 21 Tabulka hodnot pro grafy 3, 4, 5 .....	41

Příloha 22 Tabulka hodnot pro grafy 6, 7 .....	42
Příloha 23 Tabulka hodnot pro graf 8, 9, 10, 27 .....	44
Příloha 24 Tabulka zbývajících hodnot pro graf 9 .....	45
Příloha 25 Tabulka zbývajících hodnot pro graf 10 .....	46
Příloha 26 Výchozí graf závislosti Poissonova čísla na úhlu $\theta$ .....	47
Příloha 27 Závislost Poissonova čísla na úhlu $\theta$ počítána nesprávným způsobem .....	47
Příloha 28 Tabulka zbývajících hodnot pro graf v příloze 27 .....	48

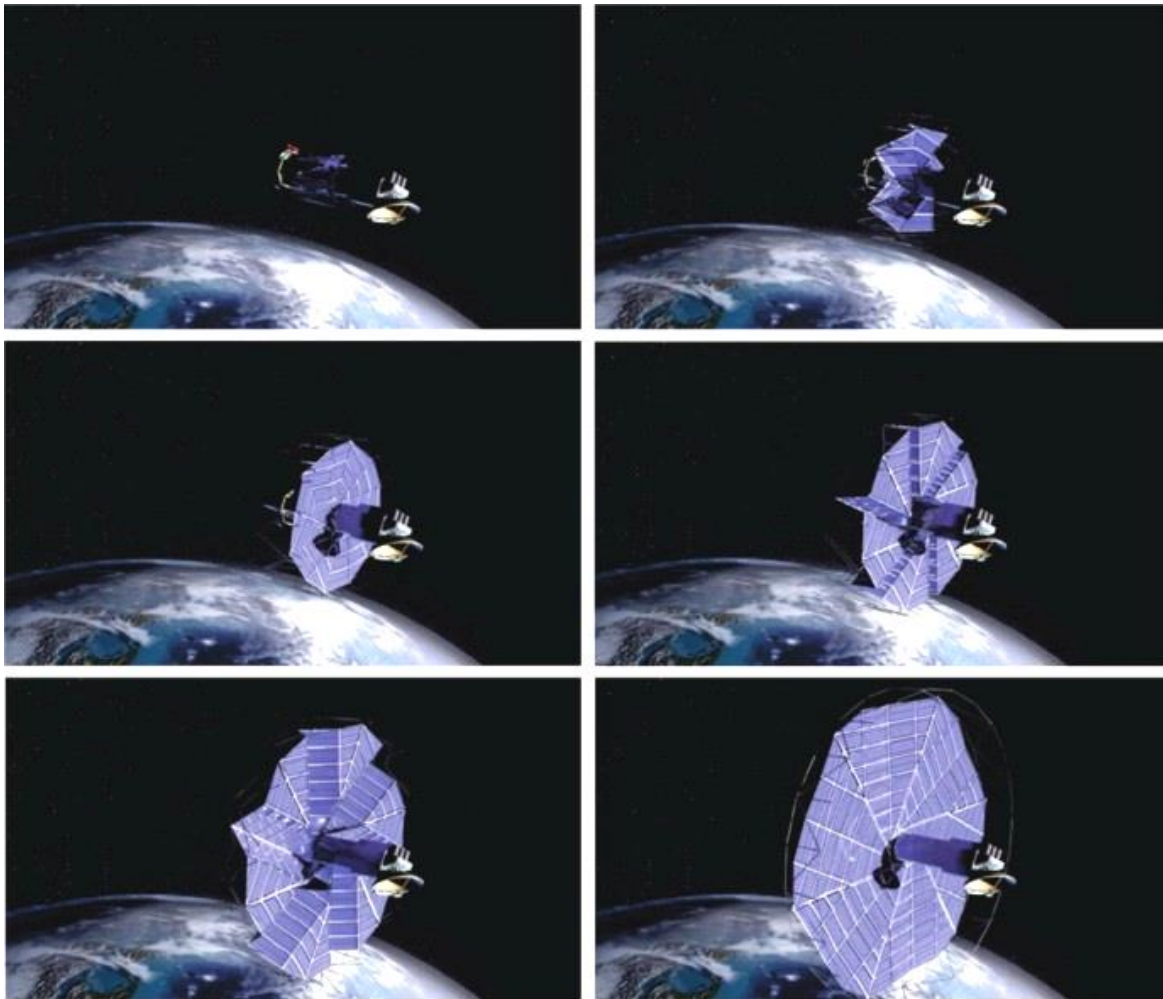
## **PŘÍLOHY**



Příloha 1 (A) Auxetické materiály (B) Běžné materiály (Comet, 2022)



Příloha 2 Skládání mapy pomocí Miura origami (Bain, 1981)

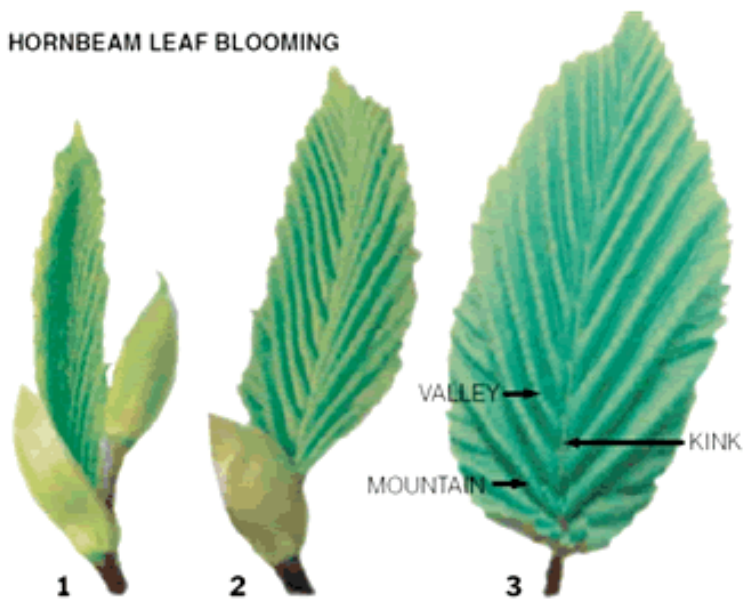


Příloha 3 Teoretický model rozkládání solárních panelů ve vesmíru (Peraza, 2019)

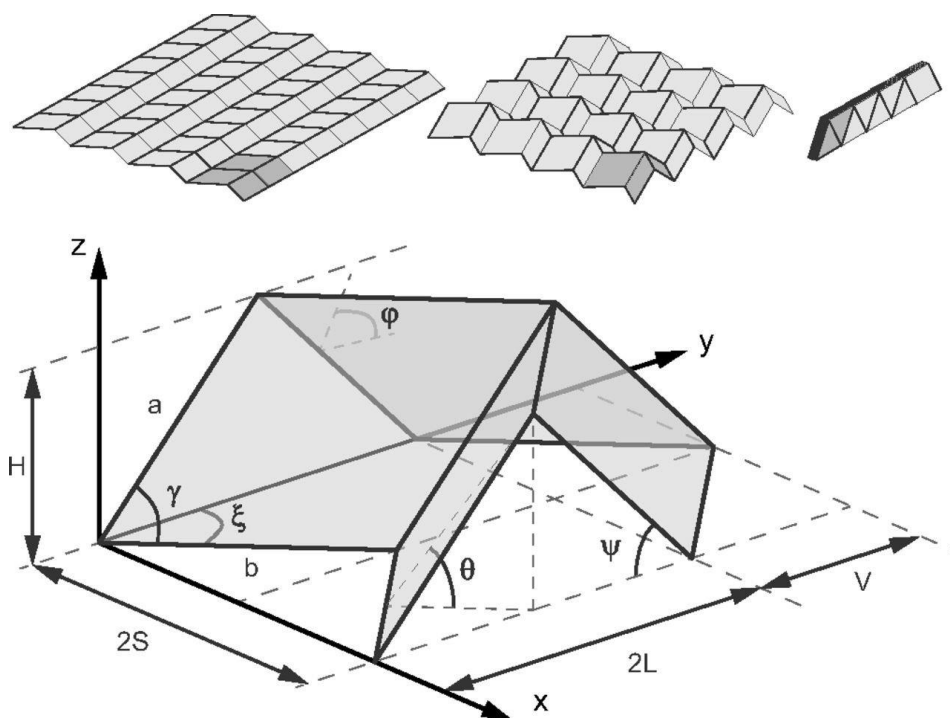
MIURA-ORI PATTERN



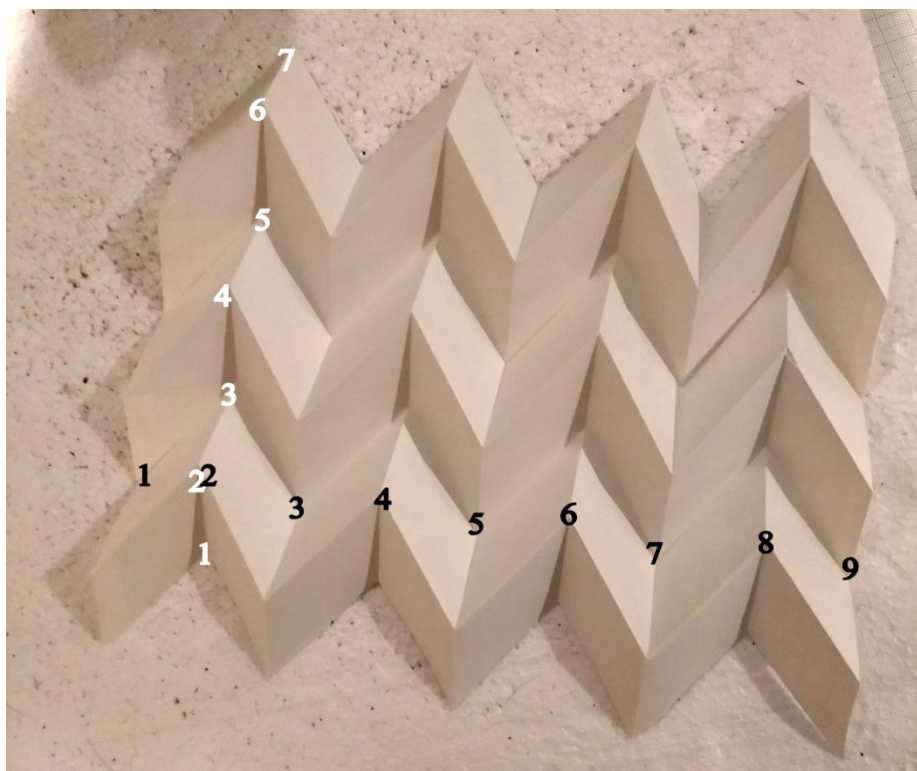
HORNBEAM LEAF BLOOMING



Příloha 4 List habru připomínající strukturu Miura-ori (Mahadevan, 2005)



Příloha 5 Ukázka úhlu  $\theta$  a  $\xi$ . Nahore modely s různými úhly  $\theta$ , zleva  $\theta = \{0^\circ; 45^\circ; 90^\circ\}$  Jiné veličiny než úhel  $\theta$  může být na obrázku značen jinak, než v práci. (Schenk, 2013)



Příloha 6 Správný způsob počítání vrcholů: Černá –  $n_1$ , bílá –  $n_2$ . V tomto případě se  $n_1 = 9$  a  $n_2 = 7$  (vlastní fotografie)





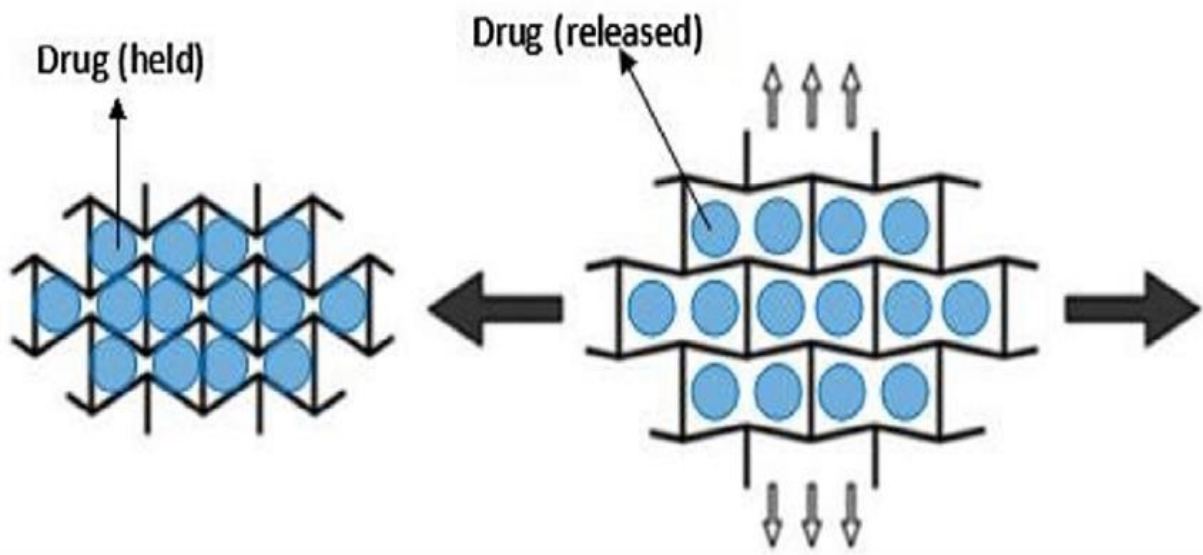
Příloha 7 Podrážky na principu auxetického materiálu u kolekce bot Nike Free (Walmart, 2018)



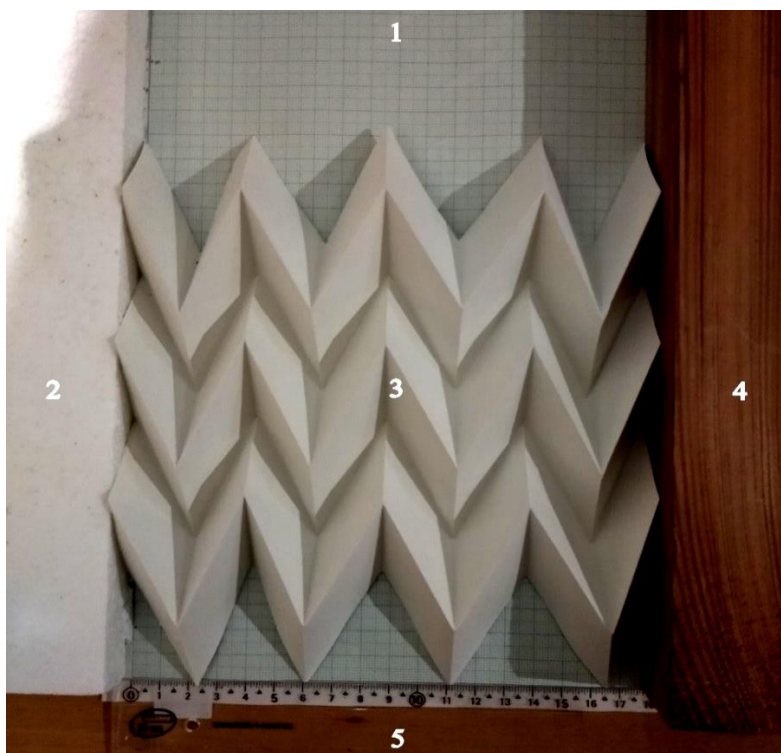
Příloha 8 Boty z kolekce Under Armour Cluthfit na principu auxetického materiálu (Nightwing, 2014)



Příloha 9 Oblečení společnosti Petit Pli na principu auxetických materiálů (Petit Pli, 2021)



Příloha 10 Chytré náplasti s léčivými složkami (Pibo, 2016)



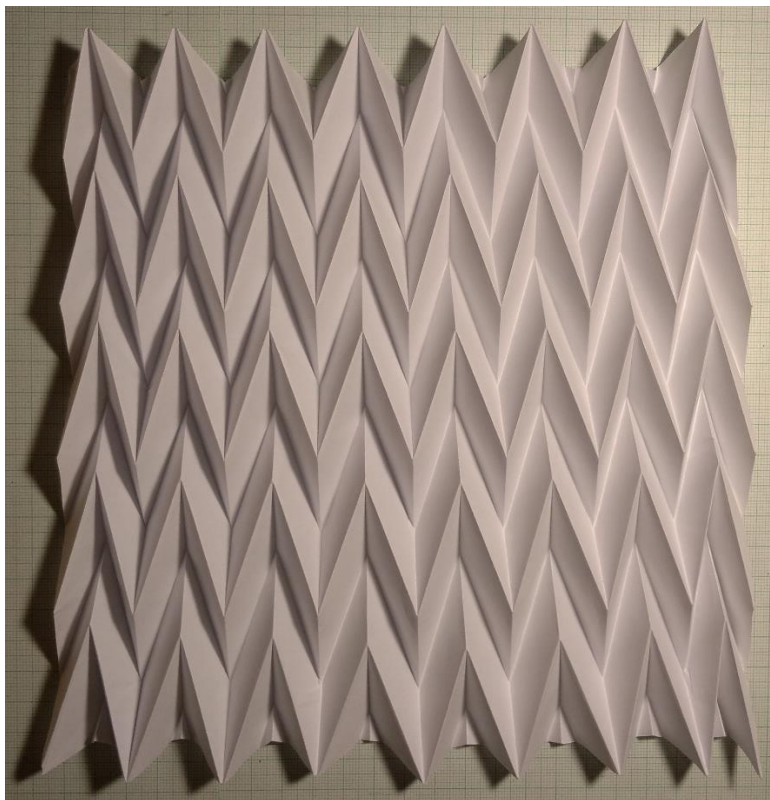
Příloha 11 Způsob měření prodloužení Miura-ori modelu: 1) Milimetrový papír 2) polystyrenová deska sloužící jako zarážka 3) Papirový model Miura-ori materiálu 4) Pohyblivá zarážka sloužící k určování délky 5) Pravitko sloužící současně jako zarážka (vlastní fotografie)



Příloha 12 Model 1 -  $\beta = 26^\circ$  (vlastní fotografie)



Příloha 13 Model 2 -  $\beta = 34^\circ$  (vlastní fotografie)



Příloha 14 Model 3 -  $\beta = 37^\circ$  (vlastní fotografie)



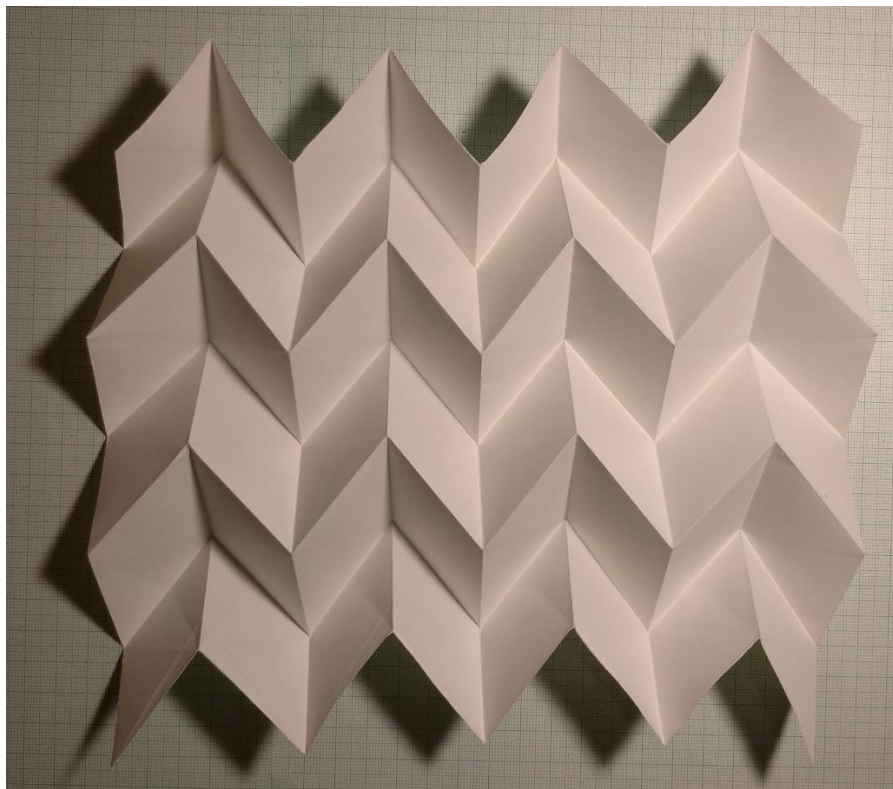
Příloha 15 Model 4 -  $\beta = 37^\circ$  (vlastní fotografie)



Příloha 16 Model 5 -  $\beta = 40^\circ$  (vlastní fotografie)



Příloha 17 Model 6 -  $\beta = 45^\circ$  (vlastní fotografie)



Příloha 18 Model 7 -  $\beta = 55^\circ$  (vlastní fotografie)

Délka L (cm)	Šířka W (cm)		
	$\beta = 37^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 55^\circ$
0,25	25,3	20,95	18
1	25,3	20,95	18
2	25,35	21	18,05
3	25,35	21	18,05
4	25,35	21,05	18,05
5	25,4	21,05	18,1
6	25,4	21,1	18,15
7	25,45	21,15	18,25
8	25,5	21,25	18,35
9	25,55	21,3	18,4
10	25,6	21,35	18,5
11	25,65	21,45	18,6
12	25,7	21,5	18,7
13	25,75	21,6	18,8
14	25,8	21,7	18,95
15	25,9	21,75	19,15
16	26	21,85	19,3
17	26,15	22	19,5
18	26,3	22,15	19,75
19	26,5	22,35	20,05
20	26,7	22,55	20,45
21	26,8	22,75	20,65
22	27	23	21,05
23	27,2	23,3	21,55
24	27,45	23,6	21,75
25	27,6	24,05	22,3
26	27,9	24,4	23,1
27	28,1	24,75	23,7
28	28,35	25,35	24,85
29	28,6	25,75	25,8
29,7	28,75	26,05	26,5

Příloha 19 Tabulka hodnot pro graf 1 (vytvořeno autorem)

Délka L (cm)	Šířka W (cm)		
	$\beta = 34^\circ$	$\beta = 37^\circ$	$\beta = 40^\circ$
1	24,85	22,7	20,6
2	24,9	22,7	20,6
3	24,9	22,7	20,6
4	24,9	22,75	20,65
5	24,9	22,75	20,7
6	24,95	22,8	20,75
7	24,95	22,8	20,75
8	25	22,8	20,8
9	25	22,85	20,8
10	25,00	22,90	20,85
11	25,05	22,90	20,95
12	25,05	22,95	21
13	25,1	22,95	21
14	25,2	23,05	21,05
15	25,25	23,1	21,1
16	25,3	23,15	21,15
17	25,35	23,25	21,25
18	25,4	23,3	21,35
19	25,5	23,35	21,45
20	25,55	23,45	21,55
21	25,65	23,55	21,65
22	25,7	23,65	21,8
23	25,8	23,8	21,95
24	25,9	23,9	22
25	26	24	22,1
26	26,15	24,15	22,2
27	26,3	24,25	22,25
28	26,4	24,35	22,4
29	26,45	24,5	22,6
30	26,55	24,6	22,8
31	26,65	24,75	22,9
32	26,75	24,95	23,05
33	26,9	25,15	23,3
34	27,1	25,25	23,5
35	27,2	25,3	23,65
36	27,3	25,45	23,9
37	27,35	25,55	24,15
38	27,45	25,65	24,45
39	27,6	25,85	24,6
40	27,75	26	24,9
41	27,95	26,25	25,1

Příloha 20 Tabulka hodnot pro graf 2 (vytvořeno autorem)



Délka L (cm)	Šířka W (cm)					
	$\beta = 55^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 37^\circ$	
	měřená	ideální	měřená	ideální	měřená	ideální
0,25	18	18,32	20,95	21,16	25,3	25,52
1	18	18,32	20,95	21,16	25,3	25,52
2	18,05	18,33	21	21,17	25,35	25,53
3	18,05	18,35	21	21,19	25,35	25,54
4	18,05	18,37	21,05	21,21	25,35	25,56
5	18,1	18,4	21,05	21,24	25,4	25,58
6	18,15	18,44	21,1	21,27	25,4	25,61
7	18,25	18,49	21,15	21,31	25,45	25,64
8	18,35	18,55	21,25	21,36	25,5	25,68
9	18,4	18,62	21,3	21,42	25,55	25,72
10	18,5	18,69	21,35	21,48	25,6	25,76
11	18,6	18,78	21,45	21,55	25,65	25,83
12	18,7	18,88	21,5	21,63	25,7	25,9
13	18,8	18,99	21,6	21,72	25,75	25,97
14	18,95	19,11	21,7	21,82	25,8	26,04
15	19,15	19,25	21,75	21,94	25,9	26,13
16	19,3	19,41	21,85	22,06	26	26,22
17	19,5	19,59	22	22,2	26,15	26,32
18	19,75	19,79	22,15	22,2	26,3	26,44
19	20,05	20,02	22,35	22,35	26,5	26,56
20	20,45	20,28	22,55	22,52	26,7	26,69
21	20,65	20,57	22,75	22,71	26,8	26,83
22	21,05	20,9	23	22,92	27	27
23	21,55	21,29	23,3	23,15	27,2	27,16
24	21,75	21,73	23,6	23,41	27,45	27,34
25	22,3	22,25	24,05	23,7	27,6	27,55
26	23,1	22,85	24,4	24,02	27,9	27,77
27	23,7	23,58	24,75	24,38	28,1	28,01
28	24,85	24,45	25,35	24,79	28,35	28,27
29	25,8	25,53	25,75	25,26	28,6	28,56
29,7	26,5	26,44	26,05	25,79	28,75	28,78

Příloha 21 Tabulka hodnot pro grafy 3, 4, 5 (vytvořeno autorem)

Délka L (cm)	Šířka W (cm)		
	ideální	posunutá o 2mm	upravená k ideálu
0,25	25,52	25,5	25,5
1	25,52	25,5	25,5
2	25,53	25,55	25,55
3	25,54	25,55	25,55
4	25,56	25,55	25,55
5	25,58	25,6	25,6
6	25,61	25,6	25,6
7	25,64	25,65	25,65
8	25,68	25,7	25,7
9	25,72	25,75	25,75
10	25,76	25,8	25,8
11	25,83	25,85	25,85
12	25,9	25,9	25,9
13	25,97	25,95	25,95
14	26,04	26	26
15	26,13	26,1	26,1
16	26,22	26,2	26,2
17	26,32	26,35	26,35
18	26,44	26,5	26,5
19	26,56	26,7	26,5
20	26,69	26,9	26,7
21	26,83	27	26,8
22	27	27,2	27
23	27,16	27,4	27,2
24	27,34	27,65	27,45
25	27,55	27,8	27,6
26	27,77	28,1	27,9
27	28,01	28,3	28,1
28	28,27	28,55	28,35
29	28,56	28,8	28,6
29,7	28,78	28,95	28,75

Příloha 22 Tabulka hodnot pro grafy 6, 7 (vytvořeno autorem)

Délka L (cm)	Šířka W (cm)				
	$\beta = 26^\circ$	$\beta = 37^\circ$	$\beta = 40^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 55^\circ$
1	-0,23781	-0,56767	-0,70387	-0,9997	-2,03899
2	-0,23759	-0,56715	-0,70323	-0,99878	-2,03712
3	-0,23723	-0,56629	-0,70216	-0,99726	-2,03402
4	-0,23673	-0,56508	-0,70066	-0,99513	-2,02968
5	-0,23608	-0,56353	-0,69874	-0,9924	-2,02411
6	-0,23528	-0,56164	-0,6964	-0,98907	-2,01732
7	-0,23435	-0,55941	-0,69363	-0,98515	-2,00931
8	-0,23328	-0,55685	-0,69045	-0,98063	-2,0001
9	-0,23206	-0,55395	-0,68686	-0,97553	-1,98969
10	-0,23071	-0,55072	-0,68286	-0,96985	-1,97811
11	-0,22922	-0,54717	-0,67845	-0,96359	-1,96535
12	-0,2276	-0,5433	-0,67365	-0,95677	-1,95144
13	-0,22585	-0,53911	-0,66846	-0,9494	-1,9364
14	-0,22396	-0,53461	-0,66288	-0,94147	-1,92024
15	-0,22195	-0,52981	-0,65692	-0,93301	-1,90298
16	-0,21981	-0,5247	-0,65059	-0,92402	-1,88465
17	-0,21755	-0,5193	-0,6439	-0,91452	-1,86526
18	-0,21517	-0,51362	-0,63685	-0,90451	-1,84484
19	-0,21267	-0,50766	-0,62946	-0,89401	-1,82342
20	-0,21006	-0,50142	-0,62173	-0,88302	-1,80102
21	-0,20733	-0,49492	-0,61366	-0,87157	-1,77766
22	-0,2045	-0,48816	-0,60528	-0,85967	-1,75339
23	-0,20157	-0,48115	-0,59659	-0,84733	-1,72822
24	-0,19853	-0,4739	-0,58761	-0,83457	-1,70219
25	-0,1954	-0,46642	-0,57833	-0,82139	-1,67532
26	-0,19217	-0,45872	-0,56878	-0,80783	-1,64766
27	-0,18885	-0,45081	-0,55897	-0,79389	-1,61923
28	-0,18545	-0,44269	-0,5489	-0,7796	-1,59007
29	-0,18197	-0,43438	-0,5386	-0,76496	-1,56022
30	-0,17841	-0,42588	-0,52807	-0,75	-1,52971
31	-0,17478	-0,41722	-0,51732	-0,73474	-1,49857
32	-0,17108	-0,40839	-0,50637	-0,71919	-1,46686
33	-0,16732	-0,3994	-0,49523	-0,70337	-1,43459
34	-0,1635	-0,39028	-0,48392	-0,6873	-1,40183
35	-0,15962	-0,38103	-0,47245	-0,67101	-1,3686
36	-0,1557	-0,37166	-0,46083	-0,65451	-1,33494
37	-0,15173	-0,36218	-0,44908	-0,63782	-1,3009
38	-0,14772	-0,35261	-0,43721	-0,62096	-1,26652
39	-0,14367	-0,34295	-0,42524	-0,60396	-1,23183
40	-0,1396	-0,33322	-0,41318	-0,58682	-1,19689
41	-0,1355	-0,32344	-0,40104	-0,56959	-1,16173
42	-0,13137	-0,3136	-0,38884	-0,55226	-1,1264
43	-0,12724	-0,30373	-0,3766	-0,53488	-1,09094
44	-0,12309	-0,29383	-0,36433	-0,51745	-1,05539
45	-0,11894	-0,28392	-0,35204	-0,5	-1,0198
46	-0,11479	-0,27401	-0,33976	-0,48255	-0,98421
47	-0,11064	-0,26412	-0,32749	-0,46512	-0,94867
48	-0,10651	-0,25424	-0,31525	-0,44774	-0,9132

49	-0,10239	-0,24441	-0,30305	-0,43041	-0,87787
50	-0,09829	-0,23462	-0,29091	-0,41318	-0,84272
51	-0,09421	-0,22489	-0,27885	-0,39604	-0,80777
52	-0,09017	-0,21523	-0,26688	-0,37904	-0,77309
53	-0,08616	-0,20566	-0,25501	-0,36218	-0,73871
54	-0,08219	-0,19619	-0,24326	-0,34549	-0,70467
55	-0,07826	-0,18681	-0,23164	-0,32899	-0,67101
56	-0,07439	-0,17756	-0,22017	-0,3127	-0,63778
57	-0,07056	-0,16844	-0,20885	-0,29663	-0,60501
58	-0,0668	-0,15946	-0,19772	-0,28081	-0,57275
59	-0,0631	-0,15063	-0,18677	-0,26526	-0,54103
60	-0,05947	-0,14196	-0,17602	-0,25	-0,5099
61	-0,05591	-0,13347	-0,16549	-0,23504	-0,47939
62	-0,05243	-0,12515	-0,15518	-0,2204	-0,44954
63	-0,04903	-0,11704	-0,14512	-0,20611	-0,42038
64	-0,04571	-0,10912	-0,1353	-0,19217	-0,39195
65	-0,04249	-0,10142	-0,12575	-0,17861	-0,36429
66	-0,03935	-0,09394	-0,11648	-0,16543	-0,33742
67	-0,03632	-0,08669	-0,10749	-0,15267	-0,31139
68	-0,03338	-0,07969	-0,0988	-0,14033	-0,28622
69	-0,03055	-0,07293	-0,09042	-0,12843	-0,26194
70	-0,02783	-0,06643	-0,08236	-0,11698	-0,23859
71	-0,02521	-0,06019	-0,07463	-0,10599	-0,21619
72	-0,02272	-0,05422	-0,06723	-0,09549	-0,19477
73	-0,02033	-0,04854	-0,06019	-0,08548	-0,17435
74	-0,01807	-0,04314	-0,05349	-0,07598	-0,15496
75	-0,01594	-0,03804	-0,04716	-0,06699	-0,13663
76	-0,01392	-0,03323	-0,04121	-0,05853	-0,11937
77	-0,01204	-0,02873	-0,03563	-0,0506	-0,10321
78	-0,01028	-0,02455	-0,03044	-0,04323	-0,08817
79	-0,00866	-0,02067	-0,02563	-0,03641	-0,07426
80	-0,00717	-0,01712	-0,02123	-0,03015	-0,0615
81	-0,00582	-0,0139	-0,01723	-0,02447	-0,04991
82	-0,00461	-0,011	-0,01364	-0,01937	-0,03951
83	-0,00353	-0,00843	-0,01046	-0,01485	-0,03029
84	-0,0026	-0,0062	-0,00769	-0,01093	-0,02229
85	-0,00181	-0,00431	-0,00535	-0,0076	-0,01549
86	-0,00116	-0,00276	-0,00343	-0,00487	-0,00992
87	-0,00065	-0,00156	-0,00193	-0,00274	-0,00559
88	-0,00029	-0,00069	-0,00086	-0,00122	-0,00248
89	-7,2E-05	-0,00017	-0,00021	-0,0003	-0,00062
90	-8,9E-34	-2,1E-33	-2,6E-33	-3,8E-33	-7,7E-33

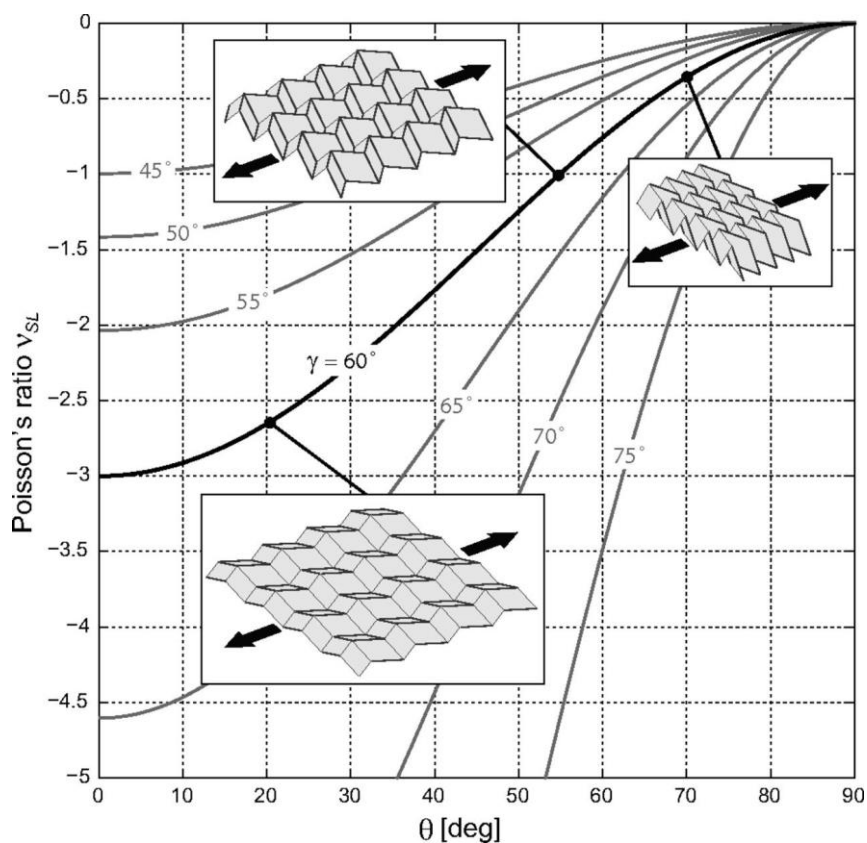
Příloha 23 Tabulka hodnot pro graf 8, 9, 10, 27 (vytvořeno autorem)

Model 4		Model 6		Model 7	
$\theta$ (°)	$\nu$ (-)	$\theta$ (°)	$\nu$ (-)	$\theta$ (°)	$\nu$ (-)
,886692	-0,002	88,787	-0,0024	89,02	-0,0028
87,3366	0	87,5719	0	88,0379	0
86	0	86,3524	-0,0071	87,0517	0
84,6575	-0,0079	85,1262	0	86,0592	-0,0111
83,307	0	83,8912	-0,0119	85,0584	-0,0138
81,9466	-0,0118	82,6448	-0,0142	84,0469	-0,0331
80,5739	-0,0138	81,3846	-0,0331	83,0224	-0,0384
79,1866	-0,0157	80,1079	-0,0188	81,9822	-0,0218
77,7825	-0,0176	78,812	-0,0211	80,9237	-0,0489
76,3587	-0,0195	77,4938	-0,0468	79,844	-0,0541
74,9127	-0,0429	76,15	-0,0256	78,7397	-0,0591
73,4413	-0,0233	74,7769	-0,0558	77,6073	-0,0642
71,9413	-0,0252	73,3708	-0,0602	76,4429	-0,1037
70,4091	-0,0542	71,9271	-0,0323	75,242	-0,1478
68,8408	-0,0578	70,441	-0,069	73,9996	-0,1175
67,2319	-0,0614	68,9068	-0,1098	72,7098	-0,1658
65,5775	-0,0975	67,3183	-0,1159	71,3662	-0,2179
63,8719	-0,1369	65,6681	-0,1625	69,9609	-0,2734
62,1086	-0,1434	63,9479	-0,17	68,4848	-0,3791
60,2804	-0,0749	62,1475	-0,1774	66,9271	-0,1956
58,3783	-0,1567	60,2551	-0,2308	65,2748	-0,4068
56,3923	-0,163	58,2565	-0,287	63,5119	-0,5226
54,31	-0,2114	56,1343	-0,2961	61,6187	-0,2135
52,1164	-0,1311	53,8666	-0,4576	59,5703	-0,6069
49,7929	-0,2717	51,4258	-0,3638	57,3345	-0,8969
47,3162	-0,1864	48,7758	-0,373	54,8692	-0,6753
44,6558	-0,2402	45,8683	-0,6545	52,1166	-1,3101
41,7707	-0,2469	42,6352	-0,4418	48,9954	-1,0704
38,6039	-0,3042	38,9765	-0,5068	45,385	-0,7868

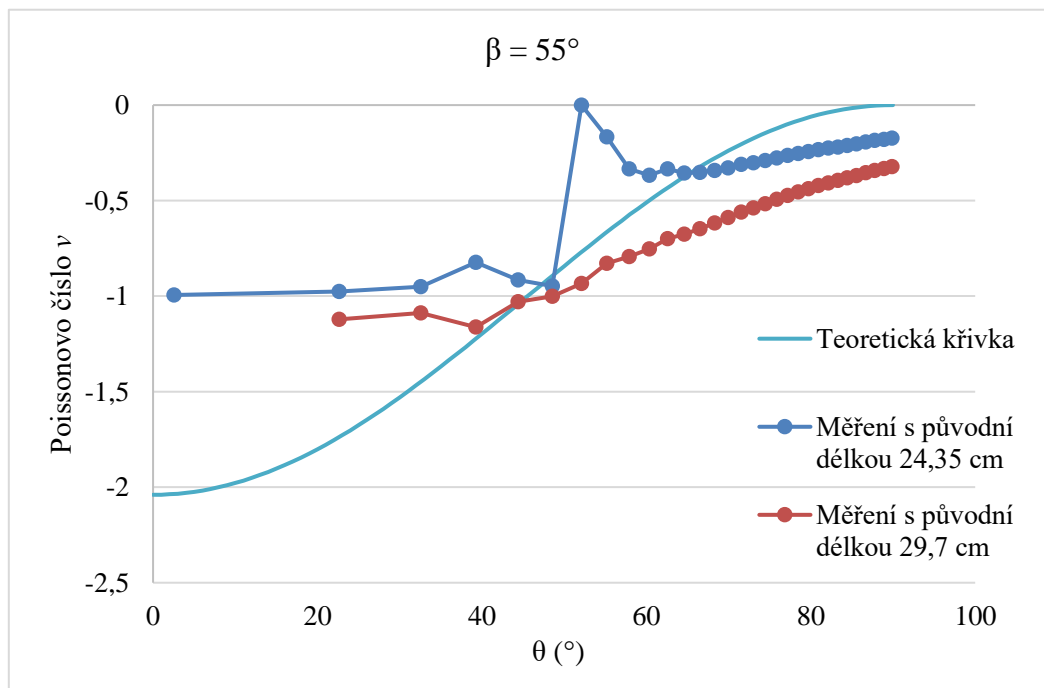
Příloha 24 Tabulka zbývajících hodnot pro graf 9 (vytvořeno autorem)

<b>Model 1</b>		<b>Model 5</b>	
<b><math>\theta</math> (°)</b>	<b><math>\nu</math> (-)</b>	<b><math>\theta</math> (°)</b>	<b><math>\nu</math> (-)</b>
88,74342	0	89,02019	0
87,4858	-0,0042	88,0395	0
86,2261	0	87,057	-0,0073
84,9633	-0,0084	86,0718	-0,0097
83,6963	-0,0105	85,083	-0,0121
82,424	0	84,0897	0
81,1452	-0,0147	83,0908	-0,0169
79,8589	0	82,0854	0
78,5638	0	81,0725	-0,0216
77,2587	-0,0209	80,051	-0,048
75,9423	0	79,0199	-0,0263
74,6131	-0,0251	77,9778	0
73,2698	0	76,9237	-0,031
71,9108	-0,0292	75,8562	-0,0333
70,5343	-0,0312	74,7739	-0,0355
69,1387	-0,0332	73,6754	-0,0757
67,722	0	72,559	-0,08
66,282	-0,0373	71,4231	-0,0843
64,8166	-0,0393	70,2659	-0,0886
63,3231	0	69,0852	-0,0928
61,7988	-0,0433	67,8791	-0,1455
60,2405	0	66,6449	-0,1514
58,6448	-0,0473	65,3801	-0,0524
57,0078	-0,0493	64,0817	-0,1091
55,3248	-0,0512	62,7465	-0,1131
53,5908	-0,0532	61,3707	-0,0586
51,7998	-0,1102	59,9502	-0,182
49,9446	-0,0569	58,4803	-0,25
48,0169	-0,1765	56,9554	-0,2566
46,0066	-0,0605	55,3694	-0,1316
43,9013	-0,0624	53,7149	-0,2031
41,6854	-0,0643	51,9832	-0,3471
39,339	-0,1323	50,164	-0,2833
36,8358	-0,0679	48,2447	-0,217
34,14	-0,1394	46,2101	-0,37
31,1998	-0,1429	44,0406	-0,3766
27,9365	-0,1462	41,7116	-0,4596
24,2175	-0,1496	39,19	-0,2331
19,7846	-0,0765	36,4307	-0,4756
13,97	-0,2348	33,3685	-0,3213

Příloha 25 Tabulka zbývajících hodnot pro graf 10 (vytvořeno autorem)



Příloha 26 Výchozí graf závislosti Poissonova čísla na úhlu  $\theta$ . Úhel  $\gamma$  na obrázku odpovídá úhlu  $\beta$  v této práci (Schenk, 2013)



Příloha 27 Závislost Poissonova čísla na úhlu  $\theta$  počítána nesprávným způsobem (Tabulka hodnot viz příloha 28) (vytvořeno autorem)

$\theta$	$v (L_0 = 24,35 \text{ cm})$	$v (L_0 = 29,7 \text{ cm})$
89,889783	-0,173125	-0,321838
88,897347	-0,179798	-0,331931
87,791781	-0,185338	-0,341891
86,680350	-0,194019	-0,354696
85,560020	-0,203553	-0,368497
84,427638	-0,211179	-0,381147
83,279878	-0,219637	-0,394865
82,113192	-0,225844	-0,407323
80,923746	-0,232810	-0,420929
79,707353	-0,244330	-0,438556
78,459382	-0,253554	-0,455129
77,174658	-0,264161	-0,473474
75,847328	-0,276486	-0,493892
74,470705	-0,290982	-0,516755
73,037057	-0,302871	-0,538962
71,537342	-0,311316	-0,560377
69,960855	-0,328488	-0,589010
68,294758	-0,342716	-0,617739
66,523435	-0,352611	-0,646589
64,627593	-0,355742	-0,675595
62,582973	-0,334575	-0,699027
60,358450	-0,367610	-0,753611
57,913122	-0,333480	-0,793261
55,191673	-0,165858	-0,828020
52,116565	0,000000	-0,933962
48,573950	-0,947303	-1,001525
44,385778	-0,915987	-1,029883
39,246646	-0,823813	-1,162264
32,546957	-0,950842	-1,087791
22,625515	-0,975083	-1,120755
2,562559	-0,993984	#####

Příloha 28 Tabulka zbývajících hodnot pro graf v příloze 27 (vytvořeno autorem)