



# **Středoškolská technika 2011**

**Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na ČVUT**

## **Vnější balistika**

**Lukáš Vacek**

Klasické gymnázium Modřany

Rakovského 3136/II,

143 00 Praha 4

Prohlašuji, že jsem maturitní práci vypracoval vlastnoručně, bez cizí pomoci a s použitím uvedeného přehledu literatury a dalších zdrojů informací.

Lukáš Vacek

# Obsah

1	Úvod.....	3
2	Balistika – obory .....	4
2.1	Vnější balistika .....	4
2.1.1	Slabé síly působící na projektil .....	5
2.2	Vnitřní balistika.....	7
2.3	Přechodová balistika .....	7
2.4	Terminální balistika.....	7
3	Numerické metody – řešení problémů balistiky .....	8
3.1	Balistické tabulky .....	8
3.2	Výpočty .....	9
3.2.1	První dva kroky výpočtu .....	11
3.2.2	Propočet celé trajektorie.....	12
3.2.3	Závěr měření .....	13
4	Analytické metody – řešení problémů balistiky.....	13
4.1	Pejsa model .....	13
4.2	Model šesti stupňů volnosti.....	14
4.3	Srovnání numerických a analytických metod .....	14
5	Měření rychlosti střely rotujícím terčem .....	15
5.1	Měření úhlové rychlosti vrtačky „akustickou metodou“.....	15
5.2	Pomůcky.....	16
5.3	Měření otáček vrtaček .....	17
5.4	Konstrukce pro měření rychlosti střely .....	17
5.5	Postup.....	17
5.6	Odčítání úhlů .....	18
5.7	Naměřené a vypočtené hodnoty .....	18
5.8	Závěr měření .....	19
6	Měření rychlosti střely balistickým kyvadlem .....	20
6.1	Výpočet rychlosti pomocí balistického kyvadla .....	20
6.2	Minimalistická konstrukce .....	21
6.2.1	Měření .....	22
6.2.2	Shrnutí měření balistickým kyvadlem.....	23
7	Závěr.....	24
8	Literatura a zdroje .....	24
9	Přílohy .....	25
9.1	Software Vnější balistika .....	25
9.2	Software Exact Audio Copy.....	25
9.3	Konstrukce rotujících terčů .....	26
9.4	Balistické kyvadlo .....	26

## 1 Úvod

Ve své práci představím obor balistiku a její části. Nastíním numerické a analytické modely řešení problémů balistiky. V numerické metodě se pokusím interpretovat G1 model odporu vzduchu. Získané řešení vyřešené v MS Excel porovnáám s jiným programem. Upustil jsem od původního záměru srovnat numerické a analytické řešení z důvodu komplikovanosti zadání analytického řešení a nedostatku vstupních údajů nebo obtíží při jejich získávání.

Z matematického hlediska bude zajímavé využití Eulerovy metody pro řešení obyčejné nelineární diferenciální rovnice. Po numerickém výpočtu pro dvě iterace uvedu výstup dalších kroků získaných programem MS Excel pomocí vzorců, které jsem vytvořil.

Dále v experimentální části popíšu dvě metody pro měření rychlosti projektilu rotujícími terči a balistickým kyvadlem. S využitím nástrojů a materiálu dostupného v naší domácnosti jsem v experimentální části provedl měření rychlosti projektilu.

## 2 Balistika – obory

### 2.1 Vnější balistika

Je část balistiky, která se zabývá chováním nijak nepoháněného projektilu za letu. Vnější balistika se zabývá projektilem od jeho opuštění hlavně až těsně po okamžik zasažení cíle. Mezi síly působící na projektil patří zejména gravitace a odpor prostředí. Velmi dlouhé lety projektilů jsou ovlivněny i jinými faktory, které při se při menších výpočtech zanedbávají. Projektily také většinou rotují, aby zachovaly setrvačností svůj směr.

Při výpočtech dělostřelectva nebo balistické rakety je nutno použít k určení polohy vystřeleného letícího tělesa systém poledníků a rovnoběžek rotujících spolu se Zemí. Pro menší vzdálenosti je rotace Země zanedbatelná. Při nanesení rovné trajektorie na souřadnicový systém se bude tato trajektorie jevit jako křivka. Pokud chceme provádět skutečně přesné výpočty dlouhých doletů je nutno vzít v potaz rotaci systému, tzv. Coriolisovu sílu. Jejimi účinky se trajektorie letu zakříví. Vezmeme-li tuto sílu v potaz, výpočty se značně zkomplikují.

Vektor rychlosti se během letu projektilu bude posouvat k zemi z toho důvodu, že gravitace uděluje tímto směrem tělesu zrychlení. Odpor vzduchu je velmi podstatná odporová síla, jejíž modelaci se budu zabývat. Podstatné je, že roste zpravidla kvadraticky. Se znalostmi letové charakteristiky projektilu lze místo dopadu poměrně přesně (s přesností na deset metrů) vypočítat i na velmi dlouhé vzdálenosti. Vzhledem k ovlivnění Coriolisovou silou nejsou trajektorie na velmi dlouhé vzdálenosti vůbec rovné.

Vedle vnější balistiky existuje mnoho dalších oborů, které také doprovázejí komplikované fyzikální výpočty. Mezi další tři významné obory patří také vnitřní balistika, přechodová neboli terminální.

Matematické modely určené pro kalkulaci s odporovými silami jsou poměrně složité. Pro vzdálenosti delší než půl kilometru je obvykle velmi těžké provádět přesné výpočty. Pro delší vzdálenosti je stále hojně využívané poměrně přesné empirické měření. Řadu zajímavých informací o balistice lze nalézt ve zdroji [1].

### 2.1.1 Slabé síly působící na projektil

Ve všech dále zmíněných silách je obsažen princip Bernoulliho rovnice:

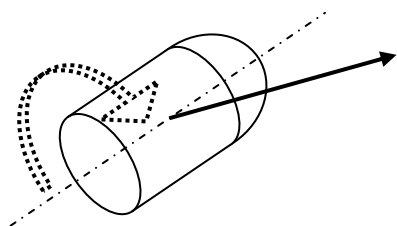
$$\rho \cdot (v^2/2) + p = \text{konst.},$$

kde  $\rho$  je hustota,  $v$  rychlost a  $p$  tlak.

Nejlépe patrný je tento jev v kapitole hop-up, kde je popsána jeho analogie s křídlem u letadla. Projektil je obecně vždy vtahován na stranu, kde dochází k poklesu tlaku okolního prostředí. K takovému poklesu tlaku dochází ve všech níže popsáných případech. Následkem je vždy decentní změna trajektorie letu.

#### 2.1.1.1 Gyroskopický posun

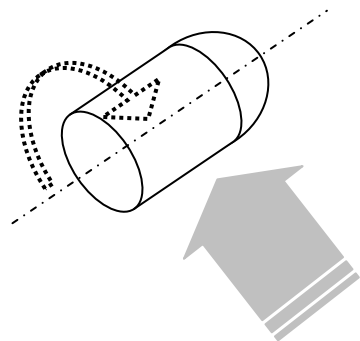
I přes naprosto nulový vítr bude na rotaci stabilizovaný projektil působit vychylující síla. Pro projektily rotující podle směru hodinových ručiček to bude vždy doprava a naopak. Gyroskopický posun je způsoben odchýlením osy rotace od rychlosti (viz obrázek 1).



Obrázek 1:

#### 2.1.1.2 Magnus efekt

Magnus efekt je jev, který se projevuje silou působící na projektily s rotací podle osy hlavně. Boční vítr způsobuje síly táhnoucí projektil vertikálním směrem. V jednoduchém případě horizontálního větru a rotace podle směru hodinových ručiček bude magnus efekt působit jako na obrázku 2:



Obrázek 2: Vítr je znázorněn šipkou zprava.

V případě větru zprava – síla táhne projektil dolů (viz obrázek).

V případě větru zleva – síla táhne projektil nahoru.

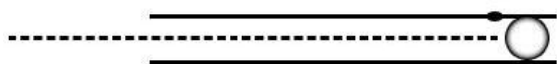
Vertikální výchylka je v porovnání s horizontální výchylkou způsobenou větrem velice malá, avšak u větru s rychlostí větší než 4 m/s již není zanedbatelná.

### 2.1.1.3 Hop-up – napřimování letu

Využití technologie hop-up je možné jen v případě, že projektil je symetrický. Podobně jako u většiny zbraní rotuje. Avšak s tím rozdílem, že rotace není podle osy hlavně, nýbrž kolmo k ní a vodorovně se zemí. Tato technologie se používá především ve vojenském sportu airsoft, hře podobné paintballu. Místo munice s barvou se v airsoftu používají malé plastovo-keramické kuličky o průměru 6 mm.

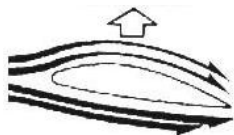
Jak je uvedeno v: [2] „...Firma Tokyo Marui (pozn: firma vyrábějící airsoftové zbraně) vymyslela systém hop-up (viz obrázek 3), který dokázal zvýšit dostřel kuliček až na dvojnásobek. Funguje tím způsobem, že na začátku hlavně u zásobníku je umístěn gumový výčnělek. Ten uděluje kuličce zpětnou rotaci. Rotace je způsobena tím, že kulička do gumičky udeří a musí se pod ní podtočit a tento pohyb u ní zůstane pochopitelně zachován i pak v hlavni a při dalším letu. Zjednodušeně, rotace kuličky způsobuje nerovnoměrné obtékání vzduchu, pod ní ji obtéká více vzduchu, než nad ní a způsobuje tak její vztlak...

*Obrázek 3: Schéma hlavně, kuličky a technologie hop-up je uvedena na následujícím obrázku. Gumička udělující rotaci je znázorněna jako černý výstupek na začátku hlavně. (Hlaveň míří doleva.)*

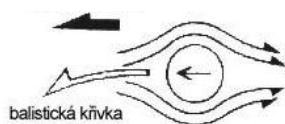


## Schéma obtékání vzduchu kolem letící kuličky:

Vztlaková síla působící na křídlo letadla. Jedná se o analogický případ. ▼



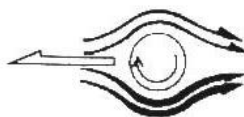
Není-li kuličce udělena žádná rotace, vzduch ji obtéká rovnoměrně a dráha letu odpovídá pohybu po balistické křivce. ▼



Rotace „dopředu“ odvádí vzduch nad kuličku a ta je vlivem působícího tlaku vzduchu naopak ještě více tlačena k zemi. (Tento jev nastane vystřelíte-li z hopové zbraně opačně, tj. vzhůru nohama.) ▼



Smysl rotace „zpět“ hopem naopak tlačí vzduch pod ní a vzniklý tlak ji při letu nadnáší, (napřimuje balistickou křivku - prodlužuje dostřel). ▼



Tyto obrázky jsou převzaty z [3].

## 2.2 Vnitřní balistika

Děje probíhající při výstřelu. Řeší se problémy jako hoření střelného prachu, iniciace náboje nebo průběh a velikost tlaku v hlavní včetně tlakových polí a jejich vzájemných interakcí.

## 2.3 Přejchodová balistika

Zabývá se ději před ústím hlavně. Rychle unikající spalné plyny ještě urychlují střelu. (Pro kriminalistiku je klíčové šíření zplodin výstřelu.) Patří sem zkoumání tlumičů, ať už hluku nebo plamene.

## 2.4 Terminální balistika

Zabývá se účinkem střely v cíli. Je-li cílem lidské tělo, nebo živý organismus, pak se také označuje jako zasahovací efekt.

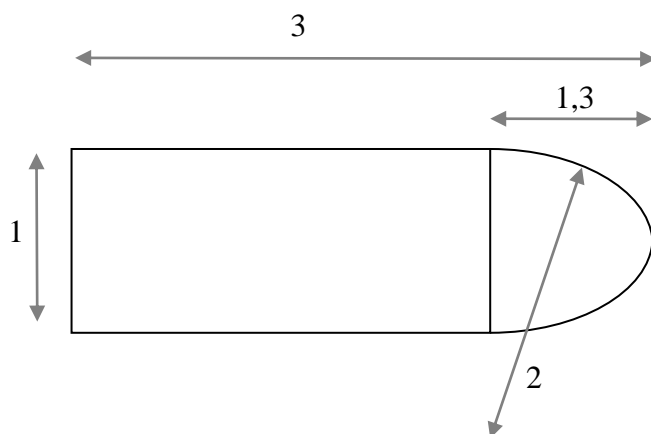


### 3 Numerické metody – řešení problémů balistiky

#### 3.1 Balistické tabulky

Dnes nejběžnější metodou při výpočtech problémů externí balistiky je využití balistických tabulek vytvořených podle Siacci/Mayevski G1 modelu tření publikovaného již v roce 1881. Každý projektil je dnes popsán balistickým koeficientem, známým také jako BC (ballistic coefficient), který kombinuje odpor vzduchu vzhledem ke tvaru projektilu a jeho hmotnosti.

Zpomalení způsobené odporem vzduchu na projektil, který má hmotnost  $m$ , rychlost  $v$  a průměr  $d$  bude úměrný  $1/BC$ ,  $1/m$ ,  $v^2$ ,  $d^2$ . BC udává míru balistické efektivity v porovnání se standardem G1 projektilu, který má hmotnost 454 g, poloměr 25.4 mm (1 palec), délku 76.2mm (3 palce) a 50.8 mm (2 palce) poloměr tangenciální křivky (viz obrázek 4). Samotný model projektilu G1 má svůj BC právě 1. Ve Francii byl tento model uznán jako první referenční projektil a byl mu přiřazen název G1.



Obrázek 4: Model G1 projektilu, hodnoty jsou uvedeny v palcích, podle [4].

Sportovní kulky s kalibrem od 4.5 fo 12.7 mm mají BC v rozmezí 0.12 až 1.00, kde 1.00 je nej aerodynamičtější, naproti tomu je 0.12 úplné minimum pro uspokojivou trajektorii letu. Vyrábějí se také projektily s  $BC \geq 1.10$ , jedná se však o kusy k jejichž vyrobení jsou potřeba dražší sofistikované prostředky než na hromadnou sériovou výrobu standardních projektilů. Samotná hlaveň musí být také speciální aby nepoškodila aerodynamiku kulky.

Různé tvary projektilů znamenají dosahování různé odporové síly a jiné modely tření, tedy jiné balistické tabulky G2 až G7.

### 3.2 Výpočty

Za nejobtížnější část numerického řešení považuji správnou interpretaci tabulkového modelu tření G1, kde veškeré nalezené zdroje jsou v jednotkách imperiálního systému a převádění do metrického systému je velice náročné z důvodu komplexnosti hodnot. Celý popis všech problémů v balistice (nejen externí balistiky) je mnohem lépe dostupný v anglickém jazyce, kde je téměř bez výjimky použit imperiální systém.

Jako cíl jsem si zadal vypočítat trajektorii střely podle klasického modelu odporu vzduchu G1. Pro stanovený časový interval budu hledat souřadnice projektilu po výstřelu z hlavně. Mířidla hlavně jsou nastavena na určitou záměrnou vzdálenost tak, že střela opouští hlaveň pod úhlem  $\alpha$ .

Vycházím z literatury [5], kde je odporová síla definována takto:

$$\mathbf{F}_d = - \frac{1}{2} \rho S C_d \mathbf{v} |\mathbf{v}|.$$

Tučné symboly představují vektory, ostatní skaláry.

Parametry a proměnné jsou:

$C_d$ ... koeficient tření (mění se v závislosti na rychlosti),

$d$ ...diametr/průměr projektilu,

$\rho$ ...hustota vzduchu,

$v$ ...rychlost projektilu,

BC... balistický koeficient (specifický pro projektil), pro který platí

$$BC = m/d^2,$$

kde  $m$  je hmotnost projektilu. Pro zjednodušení předpokládáme tvar shodný se standardem G1.

Výslednice sil se skládá z odporové síly a gravitační síly  $\mathbf{G}(0, g)$ :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_d + \mathbf{G}.$$

Z druhého newtonova zákona ( $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ) vyplývá pro zrychlení ( $\mathbf{a}$ ):

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = - (1/2m) \rho S C_d \mathbf{v} |\mathbf{v}| + \mathbf{G},$$

kde  $S = (\pi d^2/4)$ . Dosazením získáváme:

$$\mathbf{a} = - (1/2m) (\pi d^2/4) C_d \mathbf{v} |\mathbf{v}| + \mathbf{G}.$$

Po dosazení BC se zjednodušuje na:

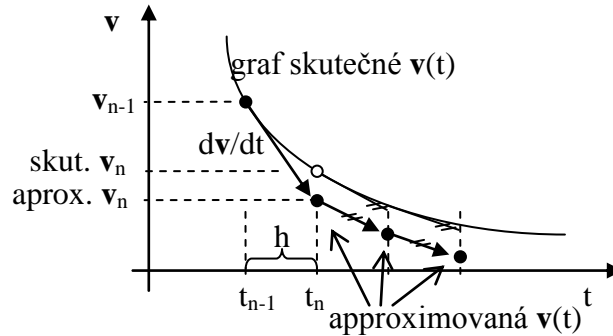
$$d\mathbf{v}/dt = - (\pi\rho/8)(C_d/BC) \mathbf{v} |\mathbf{v}| + \mathbf{G}$$

Závislost není vždy zcela kvadratická, abychom dosahovali přesného výpočtu je nutné kvadratický průběh upravit pomocí koeficientu odporu vzduchu  $C_d$ , který není konstatní, ale je závislý na

rychlosti. Pro zjednodušení a z historických důvodů se zavádí odporová funkce  $G1 = C_d v^2$ . Konkrétní hodnoty odporové funkce dohledáme v balistických tabulkách. Dostaneme:

$$d\mathbf{v}/dt = -(\pi\rho/8)(G1/BC) \mathbf{v} / |\mathbf{v}| + \mathbf{G}.$$

Pro výpočet této diferenciální rovnice rychlosti použijeme nejjednodušší numerickou metodu: Eulerovu metodu. Její princip je nastíněný na obrázku 5.



Obrázek 5

Skutečnou závislost rychlosti na čase rozdělíme na mnoho malých úseků a na každém z nich považujeme pohyb za rovnoměrně zpomalený s konstantním  $\mathbf{a}$ . Vycházíme z počátečních podmínek v čase  $t_0$  je (úst'ová) rychlost  $v_0$  a rychlosti v dalších časech vypočteme iteračně. Podle literatury [6] dostáváme následující vzorce:

$$t_n = t_{n-1} + h,$$

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_{n-1} - h [(\pi\rho/8)(G1/BC) \mathbf{v} / |\mathbf{v}| + \mathbf{G}].$$

Výraz v hranatých závorkách má fyzikální význam zrychlení  $\mathbf{a}$ .

Podrobněji výpočet ve složkách souřadnic  $x, y$ :

$$\mathbf{v}_{0x} = \mathbf{v}_0 \cos \alpha,$$

$$\mathbf{v}_{0y} = \mathbf{v}_0 \sin \alpha,$$

$$v_{nx} = v_{n-1x} - h (\pi\rho/8)(G1/BC) v_{n-1x} / |v_{n-1}|,$$

$$v_{ny} = v_{n-1y} - h [(\pi\rho/8)(G1/BC) v_{n-1y} / |v_{n-1}| + g].$$

Pro výpočet polohy použijeme metodu středovou diferencí

$$v = ds/dt,$$

$$s_n = s_{n-1} + h v_p,$$

$$v_p = (v_n + v_{n-1})/2.$$

Abychom eliminovali chybu Eulerovy metody, uvažujeme, že na  $n$ -tém úseku se střela pohybuje rychlostí rovnou průměrné rychlosti v bodě  $n$  a  $n-1$ .

### 3.2.1 První dva kroky výpočtu

Pro parametry eulerovy metody volíme počáteční rychlost 555 m/s jako krok výpočtu 1 ms  
 $t_0 = 0s$ ,  $h = 0,001s$ ,  $v_0 = 555m/s$ ,  $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ ,  $\alpha = 0,1201^\circ$ ,  $BC = 0,462$ .

Počáteční rychlost v souřadnicích x,y:

$$v_x = 555 * \cos 0,1201 = 554,999 \text{ m/s},$$

$$v_y = 555 * \sin 0,1201 = 1,163 \text{ m/s}.$$

Podle balistických tabulek  $G1 = 432,4$  a uvažujeme projektil s balistickým koeficientem  $BC = 0,462$ .

#### Rychlost po 1. milisekundě:

$$v_{1x} = 554,999 - 0,001 * (3,14 * 1,225 / 8) * (432,4/0,462) * 554,999 / 555 = 554,549 \text{ m/s}$$

$$v_{1y} = 1,163 + 0,001 * [-(3,14 * 1,225 / 8) * (432,4/0,462) * 1,163 / 555 - 9,81] = 1,152 \text{ m/s}$$

$$v = (554,549^2 + 1,152^2)^{1/2} = \mathbf{554,550 \text{ m/s}}.$$

Souřadnice trajektorie jsou tedy:

$$x = 0 + 0,001 * (554,999 + 554,549) / 2 = \mathbf{0,554 \text{ m}},$$

$$y = 0 + 0,001 * (1,163 + 1,152) / 2 = \mathbf{0,001 \text{ m}}.$$

Střela tedy stoupá z počátku [0;0].

#### Rychlost po 2. milisekundě:

$$v_{2x} = 554,549 - 0,001 * (3,14 * 1,225 / 8) * (432,4/0,462) * 554,549 / 554,550197 = 554,098 \text{ m/s},$$

$$v_{2y} = 1,152 + 0,001 * [-(3,14 * 1,225 / 8) * (432,4/0,462) * 1,152 / 554,550197 - 9,81] = 1,142 \text{ m/s},$$

$$v = (554,098^2 + 1,142^2)^{1/2} = \mathbf{554,099 \text{ m/s}}.$$

Souřadnice trajektorie jsou tedy:

$$x = 0,554 + 0,001 * (554,549 + 554,098) / 2 = \mathbf{1,109 \text{ m}},$$

$$y = 0,001 + 0,001 * (1,152 + 1,142) / 2 = \mathbf{0,002 \text{ m}}.$$

střela tedy vystoupala dva milimetry na délce jednoho metru.

### Analogicky postupujeme v případě použití tabulkového procesoru:

V tabulce 1 z aplikace MS Excel jsou šedivě vyznačeny počáteční podmínky a kurzívou jsou vypočtené rychlosti z kapitoly 3.2.1.

Tabulka 1:

t (s)	Rychlost		V	G1	Zrychlení		Prům. Rychlost		Trajektorie	
	Vx	Vy			Ax(m/s <sup>2</sup> )	Ay(m/s <sup>2</sup> )	Vpx(m/s)	Vpy(m/s)	X(m)	Y(m)
0.000	554.999	1.163	555.0	432.39	-450.2248	-10.7533			0.000	0.000
0.001	554.549	1.153	554.5	432.39	-450.2248	-10.7458	554.774	1.158	0.555	0.001
0.002	554.098	1.142	554.1	432.39	-450.2248	-10.7378	554.323	1.147	1.109	0.002
0.003	553.648	1.131	553.6	432.39	-450.2249	-10.7298	553.873	1.136	1.663	0.003
0.004	553.198	1.120	553.2	432.39	-450.2249	-10.7218	553.423	1.126	2.216	0.005
0.005	552.748	1.110	552.7	432.39	-450.2249	-10.7138	552.973	1.115	2.769	0.006
0.006	552.297	1.099	552.3	432.39	-450.2249	-10.7059	552.523	1.104	3.322	0.007
0.007	551.847	1.088	551.8	432.39	-450.2249	-10.6978	552.072	1.094	3.874	0.008
0.008	551.397	1.078	551.4	399.56	-416.0398	-10.6230	551.622	1.083	4.426	0.009
0.009	550.981	1.067	551.0	399.56	-416.0398	-10.6156	551.189	1.072	4.977	0.010
0.010	550.565	1.056	550.6	399.56	-416.0398	-10.6082	550.773	1.062	5.528	0.011

Naměřené hodnoty jsem porovnal s profesionálním systémem na balistické výpočty a zjistil jsem, že hodnoty se lišily minimálně, usoudil jsem, že se jedná pouze o chybu Eulerovy metody, která je skutečně tou nejzákladnější. Z obrázku Eulerovy metody je patrné, že je (záporné) zrychlení v každém kroku větší než ve skutečnosti. Lepší numerické metody by výpočet vystihly asi přesněji.

### 3.2.2 Propočet celé trajektorie

V tabulce 2 je uveden propočet celé trajektorie od opuštění hlavně až po dopadnutí na zem. S modifikovaným krokem po 10 ms. Záměrný úhel je nastaven na 100 metrů ale s tím, že výše mířidel je 40 mm. V mém případě jsem výši mířidel pro zjednodušení položil rovnu nule ( $Y=0$ ). Hlaveň je tedy oproti očekávání výše a projektil doletí dále. Z tabulky je patrné, že v čase  $t = 230$  ms projektil po letu dlouhém 117 metrů dopadne na zem.

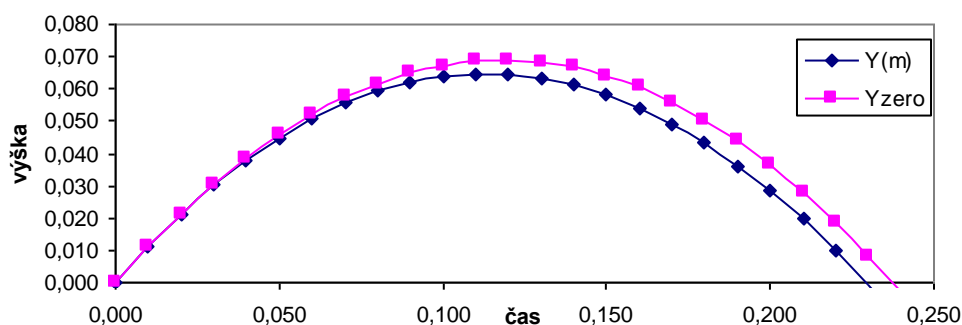
Tabulka 2:

t (s)	Rychlost			G1	Zrychlení		Prům. Rychlost		Trajektorie		
	Vx	Vy	V		Ax(m/s <sup>2</sup> )	Ay(m/s <sup>2</sup> )	Vpx(m/s)	Vpy(m/s)	X(m)	Y(m)	Yzero
0.000	554.999	1.163	555.0	432.39	-450.2248	-10.7533			0.000	0.000	0
0.010	550.497	1.056	550.5	399.56	-416.0398	-10.6079	552.748	1.110	5.527	0.011	0.011143
0.020	546.336	0.950	546.3	399.56	-416.0399	-10.5332	548.416	1.003	11.012	0.021	0.021305
0.030	542.176	0.844	542.2	399.56	-416.0401	-10.4580	544.256	0.897	16.454	0.030	0.030486
0.040	538.015	0.740	538.0	399.56	-416.0402	-10.3821	540.096	0.792	21.855	0.038	0.038686
0.050	533.855	0.636	533.9	399.56	-416.0403	-10.3057	535.935	0.688	27.215	0.045	0.045905
0.060	529.695	0.533	529.7	399.56	-416.0404	-10.2286	531.775	0.584	32.532	0.051	0.052143
0.070	525.534	0.431	525.5	343.89	-358.0759	-10.1034	527.614	0.482	37.808	0.056	0.0574
0.080	521.953	0.330	522.0	343.89	-358.0759	-10.0361	523.744	0.380	43.046	0.059	0.061677
0.090	518.373	0.229	518.4	343.89	-358.0760	-9.9684	520.163	0.279	48.247	0.062	0.064972
0.100	514.792	0.130	514.8	343.89	-358.0760	-9.9001	516.582	0.179	53.413	0.064	0.067286
0.110	511.211	0.031	511.2	343.89	-358.0760	-9.8314	513.001	0.080	58.543	0.065	0.068619
0.120	507.630	-0.068	507.6	343.89	-358.0760	-9.7622	509.421	-0.019	63.638	0.065	0.068971

0.130	504.050	-0.165	504.0	343.89	-358.0760	-9.6925	505.840	-0.117	68.696	0.063	0.068342
0.140	500.469	-0.262	500.5	343.89	-358.0760	-9.6223	502.259	-0.214	73.718	0.061	0.066732
0.150	496.888	-0.358	496.9	343.89	-358.0759	-9.5517	498.678	-0.310	78.705	0.058	0.064141
0.160	493.307	-0.454	493.3	343.89	-358.0759	-9.4804	495.098	-0.406	83.656	0.054	0.060569
0.170	489.727	-0.549	489.7	343.89	-358.0758	-9.4087	491.517	-0.501	88.571	0.049	0.056016
0.180	486.146	-0.643	486.1	313.06	-325.9705	-9.3789	487.936	-0.596	93.451	0.043	0.050482
0.190	482.886	-0.737	482.9	313.06	-325.9704	-9.3127	484.516	-0.690	98.296	0.036	0.043967
0.200	479.626	-0.830	479.6	313.06	-325.9703	-9.2460	481.256	-0.783	103.109	0.028	0.036471
0.210	476.367	-0.922	476.4	313.06	-325.9702	-9.1789	477.997	-0.876	107.888	0.020	0.027994
0.220	473.107	-1.014	473.1	313.06	-325.9701	-9.1113	474.737	-0.968	112.636	0.010	0.018537
0.230	469.847	-1.105	469.8	313.06	-325.9699	-9.0432	471.477	-1.060	117.351	-0.001	0.008098
0.240	466.588	-1.196	466.6	313.06	-325.9697	-8.9747	468.217	-1.150	122.033	-0.012	-0.00332

V grafu 1 je znázorněna trajektorie balistické křivky Y(m) v porovnání se šikmým vrhem (Yzero).

Graf 1:



Šikmý vrh počítám podle vzorce (nulový odpor vzduchu):

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

### 3.2.3 Závěr měření

Při letu o době 230 ms je trajektorie střely srovnatelná s propočtením pomocí profesionálního softwaru viz screenshot programu v [příloze 1].

## 4 Analytické metody – řešení problémů balistiky

Vedle tradičních numerických metod byly vytvořeny další pokročilé metody, které nepoužívají balistické tabulky odporu vzduchu. Jde o metody analytické, které řešení poskytují formou uzavřených vzorců bez nutnosti propočtu celé trajektorie.

### 4.1 Pejsa model

Širokého ohlasu se dostalo metodě publikované Dr. Arthurem J. Pejsou v roce 1980 (tedy o 100 let později od znalosti přibližných metod založených na standardních projektilích a G1 odporové

funkci). Podle zveřejněných měření vykazuje metoda velmi dobré výsledky i pro delší vzdálenosti (na cca 900 m), na kterých dochází k odchylkám od skutečnosti pouze o 2.5 mm na poloze a 0.3 m/s na rychlosti. Pejsa model zavádí vedle matematického vyjádření odporu vzduchu ještě další faktor, kterým vystihuje další jemné rozdíly odporu vzduchu podle tvaru a velikosti projektilu.

Existují komerční programy, které používají Pejsa model s dalším zdokonalením a započítávají Coriolisovu sílu, gyroskopický posun atd. S takovým zdokonalením je možné údajně propočítat trajektorii projektilu na vzdálenosti 1 km. Z mého praktického pohledu se mi jeví nevýhodou, že neexistuje vazba na výrobci udávané balistické koeficienty a před použitím Pejsa modelu je potřeba na střelnici s laboratorními podmínkami změřit parametry zbraně a projektilu. Uvádí se, že je potřeba před použitím kvalitně proměřit střelbu na vzdálenostech 500 m. To mě vedle náročné matematiky odradilo od vyzkoušení nějakých propočtů.

## **4.2 Model šesti stupňů volnosti**

Existují ale další pokročilé modely. Vojenské organizace údajně používají tzv. 6DOF (6 Degrees Of Freedom) model, který rovněž vyžaduje znalosti pokročilé matematiky, vysoký výpočetní výkon a podobně komplikovanou přípravu jako Pejsa model.

## **4.3 Srovnání numerických a analytických metod**

Troufám si tvrdit, že vývoj metod v balistice šel jinak než tomu bylo v jiných oborech. Například v matematice vzhledem k neexistenci počítačů byly vymyšleny složité analytické vzorce pro výpočty objemů těles na základě integrálního počtu. Přitom numerické metody nezaznamenaly široké použití do vynalezení počítačů.

V balistice tomu bylo naopak. Od konce 19. století se odborníci zabývají dlouhými seznamy tabulkových hodnot a numerickým řešením. Přitom analytické konkrétní vzorce jsou tak složité a těžkopádné, že i po jejich zveřejnění na sklonku 20. století nejsou ve sportovní střelbě běžně používané dodnes. Namísto toho se na Internetu dá najít množství praktických malých programů pro moderní telefony (smart phones). Ty jsou v drtivé většině založeny na klasickém funkci odporu  $G1$  a balistických koeficientech. Jednotlivé programy se liší v rozsahu podporovaných funkcí odporu vzduchu  $G1$ - $G7$ , většinou zohledňují boční vítr, popřípadě střelbu z kopce dolů či nahoru nebo další efekty uvedené výše. Používají také dokonalejší metodu numerické integrace (ne obyčejnou Eulerovu metodu).

## 5 Měření rychlosti střely rotujícím terčem

Rozhodl jsem se experimentálně ověřit rychlost mé airsoftové zbraně. Jedná se o repliku samopalu ak47, který je poháněný akumulátorem a střela je poháněna pomocí stlačeného vzduchu. Podle [7] úst'ové rychlosti airsoftových zbraní se pohybují kolem 100 m/s. Sofistikované airsoftové zbraně mohou se stejnou municí dosahovat rychlosti 170 m/s.

Celý experiment je založený na znalosti úhlové rychlosti dvou kotoučů, které jsou upevněné na jedné ose a jejich pevně dané vzdálenosti. Dva kotouče představují terče, které jsem prostřelil jednou střelou a z rozdílů pozic děr od střely jsem počítal rychlost střely. Terče jsem roztáčel pomocí dvou vrtaček, abych získal více sad měření. V experimentu jsem používal dvě vrtačky, které roztáčely terče, z toho jedna měla dvě rychlosti, a tak jsem získal tři sady měření.

Výpočty jsou založeny na vzorci pro výpočet úhlové rychlosti:

$$\omega = 2\pi f,$$

kde  $\omega$  je úhlová rychlost a  $f$  je frekvence.

Pro rovnoměrnou přímočarou rychlost:

$$v = s / (\Delta\alpha / (2 \pi f)),$$

kde  $s$  je vzdálenost terčů,  $v$  je rychlost projektilu a  $\Delta\alpha$  je rozdíl úhlů na terčích

**Experiment se rozdělil na dva hlavní problémy:**

- Ověření frekvence otáček vrtačky
- Vlastní měření střely

Při měření jsem zanedbal odpor vzduchu a průrazů terčů. Počítám s přímočarým rovnoměrným pohybem střely na měřeném úseku.

### 5.1 Měření úhlové rychlosti vrtačky „akustickou metodou“

Vrtačka má na sobě štítek s otáčkami, ale po měření jsem zjistil, že odchylka je přes 50 %. Nejdříve jsem úhlovou rychlost chtěl měřit pomocí namotávání nítě na osu zakotvenou ve vrtačce a tu následně měřit, ale při otáčkách kolem 3000/min to bylo poměrně nebezpečné. Tuto metodu jsem zavrhl.

Měření by bylo možné udělat pomocí cyklocomputeru, ale nejsem si jist, zda by takové rychlosti

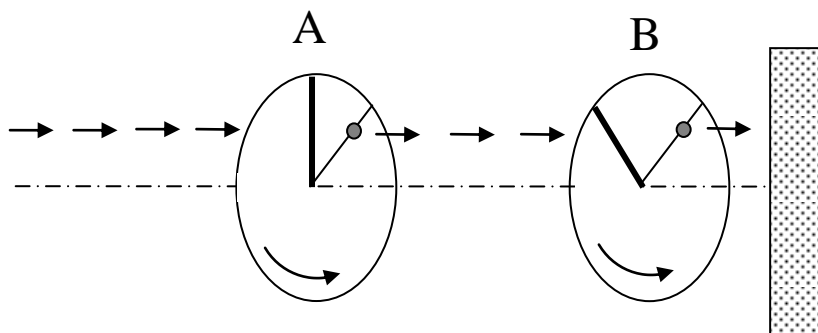


zvládal. Nabízela se také metoda optickým měřením, kdy by před infradiodou kmital papírek kolmo přidělaný na vrtačku, ale tato metoda by byla značně komplikovaná.

Nakonec jsem úhlovou rychlost měřil akusticky pomocí mikrofону a kusu plastu (disketa). Nahraný zvuk jsem analyzoval na počítači a změřil periodu úderů vrtulky do diskety.

Měření probíhalo v několika fázích. Nejdříve jsem za klidu vrtačky vystřelil a provedl tak jakousi synchronizační střelu, ze které jsem později vycházel při odečítání úhlů. Dvě dírky v kotoučích jsem si označil černou barvou. Pak jsem roztočil vrtačku a vystřelil a dírky jsem označil jinou barvou a tento krok jsem na jedné sadě terčů opakoval několikrát, abych mohl později vyhodnocovat výsledky.

*Obrázek 6:*



Na obrázku 6 jsou rotující terče. Do terčů se střílí zleva. Kotouč B je zobrazen v pozdější fázi. Synchronizační střela je vyznačena černým pruhem ke středu pro přehlednost obrázku. Let projektilu je znázorněn šipkami. Vzhledem k pootočení druhého terče je patrné, že úhel od synchronizační střely bude rozdílný na obou kotoučích. Vpravo je vidět bariéra pro zachytávání střely.

## 5.2 Pomůcky

- akumulátorová vrtačka ALPHATOOLS
- elektrická vrtačka NAREX (s dvěma rychlostmi)
- stavebnice Merkur
- 2x čtvrtka vystřižená do kruhu (terč)

- airsoftová replika zbraně AK-47 Tactial U (s výrobcem udávanou rychlostí střely 110 m/s)
- kuličky 6mm 0.25g GUARDER
- zábrana na zbrždění a zachytávání střely
- počítač s mikrofonom

### 5.3 Měření otáček vrtaček

Na vrtačku jsem připevnil dvoulistou vrtulku. Následně jsem na počítači zapnul nahrávání, rozjel jsem vrtačku a začal nahrávat úder vrtulkou do diskety. Když jsem si nahrávku přehrál, byl na ní slyšet pouze zvuk úderů, ale když jsem ji v programu Exact Audio Copy, viz [příloha 2] zpomalil, ukázala se mi frekvence v podobě pravidelných úderů. Situace byla lepší. Vybral jsem jich 20, nahrávku ořízl a zjistil dobu (t), za kterou vrtačka vykoná 10 otáček (n) a z toho jsem vypočítal Periodu (T):

$$T = 1/f,$$

jedné otáčky a frekvenci (f):

$$f = 1/T.$$

Tabulka 3: Měření frekvence otáček vrtaček

	AKU vrtačka	Vrtačka Narex 1.st.	Vrtačka Narex 2.st.
Počet otáček (n)	10	10	10
Doba měření (t/s)	1.212	0.345	0.167
Perioda otáčky (T/s)	0.121	0.034	0.0167
Frekvence (f/Hz)	<b>8.247</b>	<b>28.968</b>	<b>59.772</b>

### 5.4 Konstrukce pro měření rychlosti střely

Důležité bylo, aby osa hlavně byla rovnoběžná s osou kotoučů. Zároveň aby vrtačka nebyla ve stejném prostoru jako zbraň, a tak jsem použil kloubový převod pro napojení vrtačky.

Konstrukce byla tvořena ze stavebnice Merkur a byla upevněna ve svěráku. To však stačilo pouze pro nižší otáčky akuvrtačky, s vrtačkou připojenou k síti se konstrukce začala hodně klepat, proto jsem zmenšil délku osy. Viz [příloha 3].

### 5.5 Postup

Po fixaci zbraně na stojan jsem provedl synchronizační střelu a označil jsem ji na terčích. Potom

jsem roztočil vrtačku, a tím oba kotouče roztočil. Po stabilizaci rychlosti otáček jsem vystřelil. Počkal jsem, až se vrtačka zastaví a šel jsem označit díry. Toto jsem opakoval desetkrát pro každou rychlost vrtačky.

## 5.6 Odčítání úhlů

Po vystřelení deseti střel jsem odebral kotouče a úhloměrem jsem změřil úhly od synchronizační střely na kotoučích A a B a spočítal rozdíl těchto úhlů. Rozdíl úhlů představuje oblouk, o který se pootočily kotouče za dobu, kterou potřebovala střela pro uražení vzdálenosti mezi kotouči. (Kotouče byly označeny propiskou, nemohlo tak dojít k jejich záměně.)

$$\Delta_{(radiány)} = \Delta_{(stupně)} * \pi / 180$$

## 5.7 Naměřené a vypočtené hodnoty

Naměřené a vypočtené hodnoty jsem uspořádal do tabulky 4.

Ve sloupci Kotouč A je úhel od synchronizační střely na předním kotouči ve stupních.

Ve sloupci Kotouč B je úhel od synchronizační střely na zadním kotouči ve stupních.

Ve sloupci Delta úhlů [st.] je rozdíl úhlů na obou kotoučích ve stupních.

Ve sloupci Delta úhlů [rad] je rozdíl úhlů na obou kotoučích v radianech.

Ve sloupci vypočítaná rychlost je rychlost v metrech za sekundu podle vzorce:

$$v = s / (\Delta\alpha_{(radiány)} / (2 \pi f))$$

Tabulka 4:

Č. měř.	Barva střely	Kotouč A [st.]	Kotouč B [st.]	Delta úhlů [st.]	Delta úhlů [rad]	s [m]	f [Hz]	v [m/s]
1	tmavá zelená	51	35	16	0.28	0.52	8.25	96.53
2	šedá	77	61	16	0.28	0.52	8.25	96.53
3	oranžová	93	76	17	0.30	0.52	8.25	90.85
4	hnědá	179	161	18	0.31	0.52	8.25	85.80
5	červená	199	180	19	0.33	0.52	8.25	81.28
6	světlá zelená	313	294	19	0.33	0.52	8.25	81.28
7	modrá fixa	330	308	22	0.38	0.52	8.25	70.20
8	tmavá modrá	341	326	15	0.26	0.52	8.25	102.96
9	černá	352	338	14	0.24	0.52	8.25	110.31
10	stříbrná/tužka	9	349	20	0.35	0.52	8.25	77.22
11	modrá fixa	57	6	51	0.89	0.52	28.97	106.34
12	světlá modrá	103	47	56	0.98	0.52	28.97	96.84
13	oranžová	183	129	54	0.94	0.52	28.97	100.43
14	tmavě modrá	199	147	52	0.91	0.52	28.97	104.29
15	hnědá	211	157	54	0.94	0.52	28.97	100.43
16	šedá	244	199	45	0.79	0.52	28.97	120.52
17	stříbrná/tužka	296	244	52	0.91	0.52	28.97	104.29
18	zelená	312	260	52	0.91	0.52	28.97	104.29
19	červená	343	297	46	0.80	0.52	28.97	117.90
20	žlutá	352	306	46	0.80	0.52	28.97	117.90
21	šedá	55	21	34	0.59	0.17	59.77	107.59
22	zelená	60	27	33	0.58	0.17	59.77	110.85
23	modrá fixa	146	112	34	0.59	0.17	59.77	107.59
24	oranžová	199	164	35	0.61	0.17	59.77	104.51
25	světlá modrá	200	167	33	0.58	0.17	59.77	110.85
26	tmavá hnědá	220	185	35	0.61	0.17	59.77	104.51
27	světlá hnědá	303	270	33	0.58	0.17	59.77	110.85
28	červená	332	296	36	0.63	0.17	59.77	101.61
29	žlutá	335	301	34	0.59	0.17	59.77	107.59
30	stříbrná/tužka	350	316	34	0.59	0.17	59.77	107.59

## 5.8 Závěr měření

Když jsem provedl aritmetický průměr všech třech sad měření, vyšel mi výsledek 101 m/s, který se ovšem liší od rychlosti udávané výrobcem 110 m/s. Rozdíl je o 9 m/s méně a představuje to 8 % z deklarované rychlosti.

Při měření profesionálními prostředky je průlet střely detekován pouze opticky a je logické, že se dostaví přesnější výsledky. Takovéto přístroje se nasazují přímo na hlaveň a měří na menším úseku v řádech několika milimetrů, což je pro měření úst'ové rychlosti lepší, než měřit na vzdálenostech v několika desítkách centimetrů.

Zanedbával jsem snížení energie projektilu po průrazu prvním terčem, které může být značné. Při zkoušení průraznosti zbraně projektil prostřelil pouze jeden časopis o 80 stranách. Také těsnění pístu v mechaboxu ak47 nebylo ze začátku rozehřáté, což mohlo mít za následek snížené rychlosti

při první sadě měření. Akumulátor ve zbrani našťestí nemá přímý vliv na rychlost střely, protože pohání elektromotor, který natahuje píst a ten je odpovědný za rychlost a tlak vzduchu. (Akumulátor má vliv na kadenci zbraně při zapnutém módu, který střílí desítky ran za sekundu, což ale není předmětem měření.)

První měření bylo značně ovlivňováno pomalu se vybíjejícím akumulátorem vrtačky a rozehríváním samopalu. Také jsem se snažil měřit úst'ovou rychlost a zbraň jsem neměl v těsné blízkosti aparatury, bylo by to také nebezpečné. Když jsem udělal průměr z druhého a třetího měření dostal jsem rychlost 107 m/s, která se liší o pouze 3 m/s od rychlosti výrobce. Při mých podmínkách a zanedbaných chybách jsem tento výsledek uznal jako konečný.

## 6 Měření rychlosti střely balistickým kyvadlem

Balistické kyvadlo je stroj sloužící pro určení hybnosti projektilu (potažmo kinetickou energii a rychlost se znalostí jeho parametrů). Kyvadlo mělo dříve skutečně svoje uplatnění v praxi, dnes se však tato metoda nahradila metodami bezkontaktními, kde je projektil detekován pouze opticky nebo pomocí indukční smyčky.

Svoji konstrukcí, viz [příloha 4], připomíná skutečné kyvadlo, do kterého je fakticky pohlcena energie střely. Při zásahu se považuje ráz za nepružný. I přes energii vynaloženou na deformaci a teplo lze tento výsledek považovat za přesný (hybnost se zachová). Změřením výchylky lze určit jeho potenciální energii, což umožňuje zákon o zachování hybnosti.

### 6.1 Výpočet rychlosti pomocí balistického kyvadla

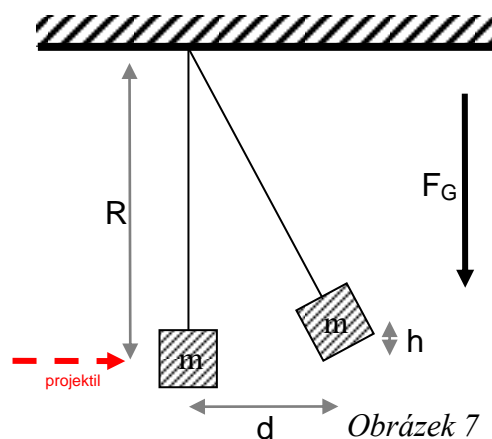
Vycházíme z předpokladu že počáteční rychlost kyvadla je nulová (je v klidu):

$$v_{\text{kyvadlo}} = 0.$$

Rovnici nepružného rázu získáme takto:

*v...společná rychlost projektilu a kyvadla,*

$$v = (m_{\text{projektil}} * v_{\text{projektil}}) / (m_{\text{projektil}} + m_{\text{kyvadlo}}).$$



Pro vzdálenost ve směru letícího projektilu platí, že

$$(R - h)^2 + d^2 = R^2.$$

Kde  $h$  je výška, do které kyvadlo vystoupá a  $R$  je délka závěsu kyvadla. (Viz Obr.7.)

Zjednodušení pro dlouhý závěs:

Pokud je závěs dostatečně dlouhý, lze pro jednoduchost výpočtu počítat jako:

$$h \approx d^2 / (2R).$$

Použijeme vztah volného pádu:

$$v = (2gh)^{1/2}.$$

Spojením všech těchto vztahů získáme:

$$v_{\text{projektil}} = ((m_{\text{projektil}} + m_{\text{kyvadlo}}) / m_{\text{projektil}}) * (2gh)^{1/2},$$

kde  $g$  je gravitační zrychlení.

To odpovídá při zjednodušení pro dlouhý závěs:

$$v_{\text{projektil}} = ((m_{\text{projektil}} + m_{\text{kyvadlo}}) / m_{\text{projektil}}) * d * (g/R)^{1/2}.$$

Motivaci pro sestavení kyvadla jsem čerpal v literatuře [8].

## 6.2 Minimalistická konstrukce

Profesionální balistické kyvadlo na zachytávání kovových projektilů s vysokou energií je samozřejmě v kovovém provedení. V mých podmínkách jsem se ho pokusil sestavit v minimalistickém provedení. Jako projektil jsem používal hřebík s odštipnutou hlavičkou, který jsem urychloval pomocí kovové trubky s laťkou vevnitř. Na konci zbraně byla elastická guma kterou jsem natahoval a následný ráz byl přenesen přes laťku až k projektilu (viz obrázek dole). Na zachytávání projektilu bylo nutné použít látku která ho bez problémů udrží a má také vhodnou hmotnost. Hlaveň (kovová trubka) mířila přímo do kyvadla (z modelíny na provázku s přesně stanovenou délkou  $R$ ). Abych mohl zaznamenat nejdelší dráhu, na pozadí pokusu jsem umístil čtverečkovaný papír těsně za kyvadlo. Průběh kmitu po výstřelu jsem natáčel kamerou. Jednotlivé snímky jsem na počítači prohlédl a mohl určit nejdelší dosaženou vzdálenost ve směru projektilu.

### 6.2.1 Měření

Po zavěšení kyvadla a připravení celé měřicí aparatury včetně papíru s měřítkem na pozadí jsem změřil všechny hodnoty jejichž znalost k měření rychlosti projektilu je zcela nezbytná.

délka závěsu (R)	0,53 m
hmotnost kyvadla ( $m_{\text{kyvadlo}}$ )	0,02 kg
hmotnost projektilu ( $m_{\text{projektil}}$ )	0,004 kg
gravitační zrychlení	$9,81 \text{ ms}^{-2}$

Počítal jsem podle vzorce v předchozí kapitole:

$$v_{\text{projektil}} = ((m_{\text{projektil}} + m_{\text{kyvadlo}}) / m_{\text{projektil}}) * d * (g/R)^{1/2}.$$

Po provedení měření a výpočtů jsem získal výsledky pro rychlost  $v$ . Zapsány jsou v tabulce 5.

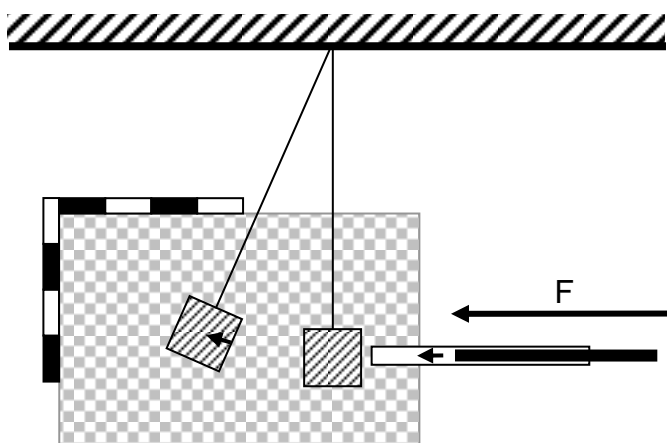
*Tabulka 5:*

Měření číslo	Vychýlení kyvadla $d$ [m]	Rychlost ( $v$ ) [m/s]
1	0,165	4,26
2	0,185	4,78
3	0,195	5,03
4	0,215	5,55
5	0,220	5,68
6	0,175	4,52

Průměrná rychlost dosahovala  $4,97 \text{ m/s}$ .

Nevýhodou celé konstrukce bylo zdlouhavé opakování každého měření, zejména pak zastavování a pouštění kamery, ustalování kyvadla a případně hledání projektilu, který při nezdařeném měření odlétl do neznáma.

Obrázek 8:



*Pohled na papír s měřítkem od kamery.*

*Kyvadlo je zobrazeno v obou fázích.*

### 6.2.2 Shrnutí měření balistickým kyvadlem

Vzhledem k náročnosti každého měření není počet výsledků tak rozsáhlý tak jako v případě experimentu s kotouči. Po výpočtu aritmetického průměru z šesti hodnot vyšla celková průměrná rychlost 4,97 m/s. Jednotlivá měření vykazovala značné rozdíly, která jsou způsobena jak jednoduchostí balistického kyvadla, tak okamžitým natažením gumy u zbraně.



## 7 Závěr

- Shrnul jsem základní faktory ovlivňující trajektorii letu projektilu. Při numerickém řešení se mi povedlo vypočítat trajektorii s použitím modelu tření G1, nezanedbával jsem tedy odpor prostředí. Při propočtu trajektorie numerickou metodou jsem zohledňoval odpor vzduchu a gravitační sílu. Dalším v celku jednoduchým rozšířením by bylo zahrnutí bočního větru, který je podporován některými dalšími programy. S programy zahrnujícími Coriolisovu sílu nebo hop-up jsem se nesetkal.
- Výsledky, kterých jsem dosáhl vlastními vzorci v programu MS Excel, jsou co se týče trajektorie zcela srovnatelné s profesionálním programem Vnější balistika 2.2.
- Změřil jsem rychlost projektilů dvěma způsoby, rotujícími terči a balistickým kyvadlem. Oba tyto experimenty se mi povedlo provést v domácím prostředí. Používal jsem podomácku vyrobenou zbraň prakového typu a také profesionální airsoftovou zbraň AK-47.
- Měření rychlosti airsoftové zbraně je v souladu s výrobcem udávanými hodnotami. Výstupy balistickým kyvadlem nebyly příliš přesné. Jednalo se o ilustraci tohoto historicky zajímavého měření.

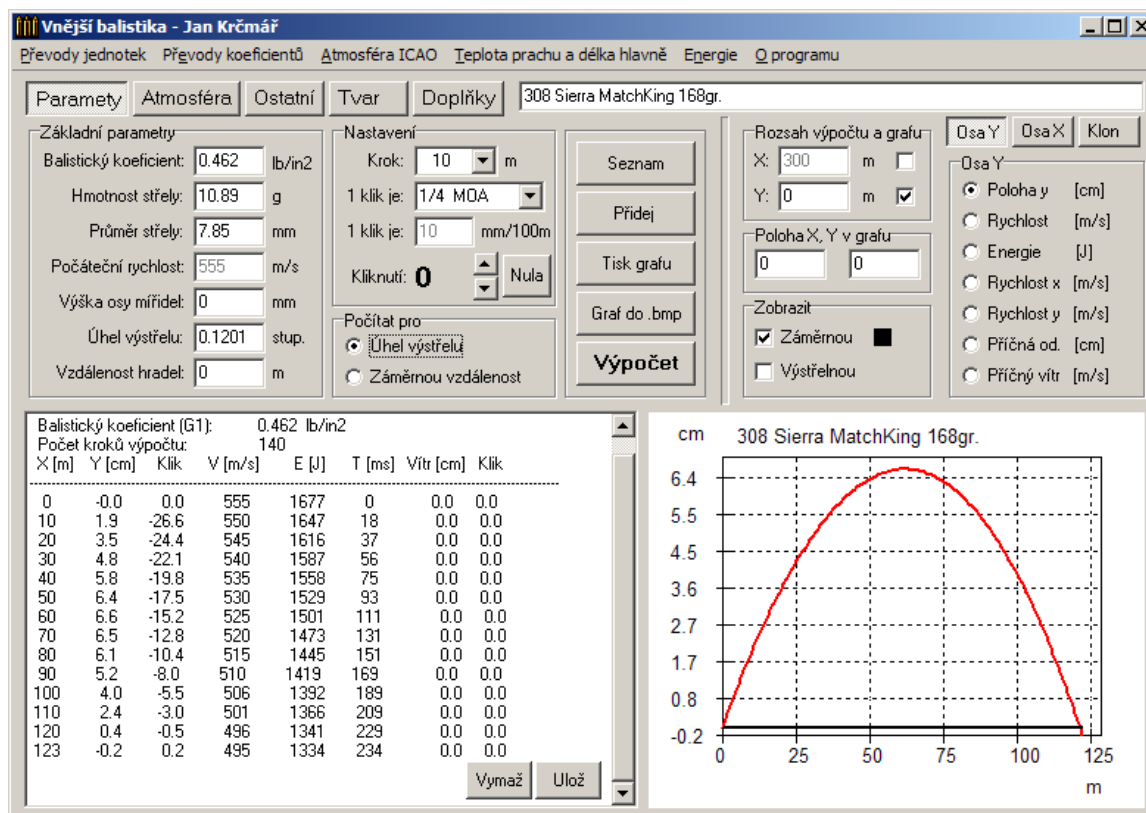
## 8 Literatura a zdroje

- [1] <[http://en.wikipedia.org/wiki/External\\_ballistics](http://en.wikipedia.org/wiki/External_ballistics)>
- [2] <[http://www.asportal.cz/chrudim/recenze/vyvoj\\_as\\_zbrani.html](http://www.asportal.cz/chrudim/recenze/vyvoj_as_zbrani.html)>
- [3] <[http://diverzanti.webdevelopers.cz/cl\\_028](http://diverzanti.webdevelopers.cz/cl_028)>
- [4] <<http://www.balistika.cz/vnitri.html>>
- [5] CARLUCCI, D. & JACOBSON, S.: Ballistics, Theory and design of guns and ammunititon, 1. vydání, CRC Press Taylor & Francis Group, 2008
- [6] PŘIKRYL, P.: Numerické metody matematické analýzy, SNTL 1988
- [7] <<http://cs.wikipedia.org/wiki/Airsoft>>
- [8] GURSTELLE, W.: Backyard Ballistics, 1. vydání, Chicago, Chicago Review Press, ISBN 1-55652-375-0

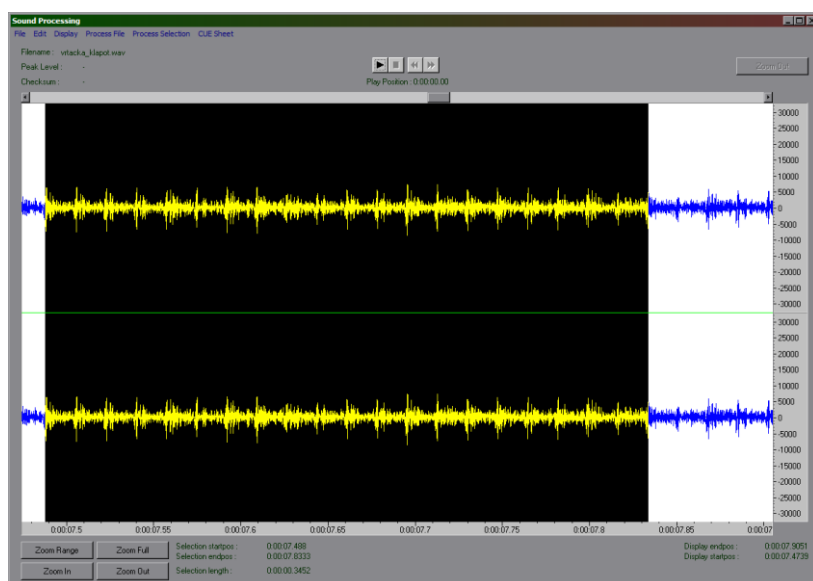
## 9 Přílohy

### 9.1 Software Vnější balistika

Program Vnější balistika v čase  $t = 234$  ms propočtl dopad na zem ve vzdálenosti  $x = 123$ m.

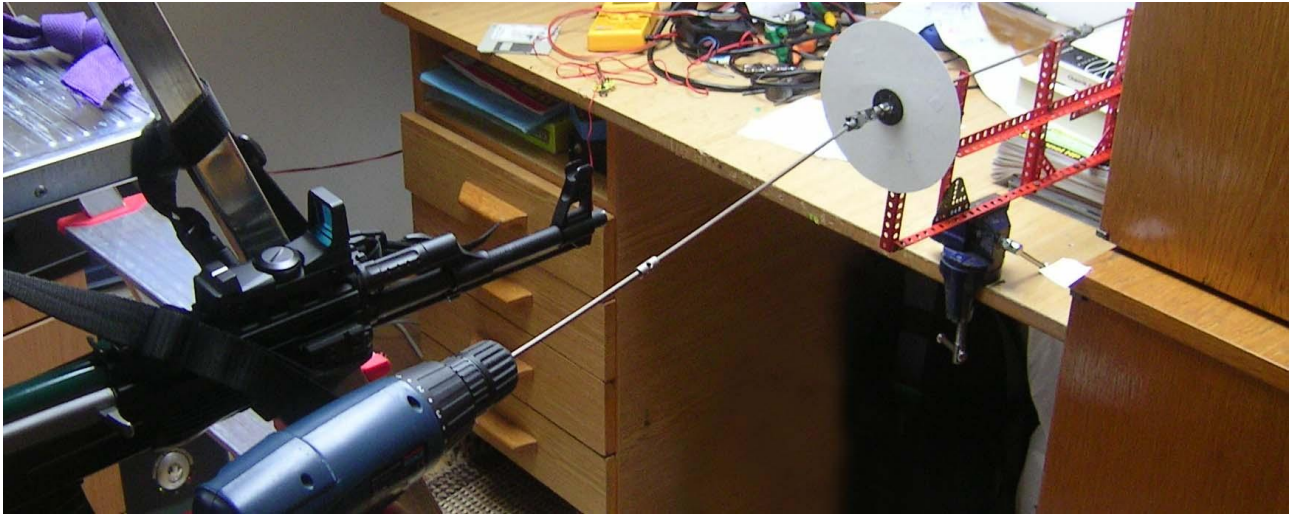


### 9.2 Software Exact Audio Copy



### 9.3 Konstrukce rotujících terčů

Na obrázku je vidět jeden ze dvou terčů, akumulátorová vrtačka a zbraň.



### 9.4 Balistické kyvadlo

Balistické kyvadlo v klidové fázi a po jeho vychýlení projektilem, který se zachytil.

Do balistického kyvadla se střílelo zprava. Snímky jsou vystřižené z videa v klidové fázi a v amplitudě.

