



## **Středoškolská technika 2016**

**Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na  
ČVUT**

### **Průniky těles**

**Justýna Frommová, Dominik Rathan, Laura Vohryzková**

Gymnázium Jana Nerudy  
Hellichova 3, Praha 1

## Prohlášení

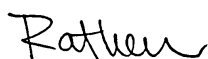
Prohlašujeme, že jsme svou práci vypracovali samostatně, použili jsme pouze podklady (literaturu atd.) uvedené v příloženém seznamu a postup při zpracování a dalším nakládání s prací je v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Praze dne 1.4.2016



---

Justýna Frommová



---

Dominik Rathan



---

Laura Vohryzková

## Anotace

*Název práce:* Průniky těles

*Autoři:* Justýna Frommová, Dominik Rathan, Laura Vohryzková, 5. ročník  
Gymnázium Jana Nerudy, Hellichova 3, Praha 1

V této práci jsme se zaměřili na řešení průniků těles od hranolů k rotačním tělesům. Práce má dvě části: praktickou a teoretickou. V teoretické části jsme se na průniky těles dívali okem deskriptivním, v praktické okem uměleckým. Praktickou část jsme obohatili historickým prvkem.

Všechny příklady jsme rýsovali jak ručně, tak v programu *Geogebra*. Pro větší přesnost a přehlednost do práce přikládáme rysy elektronické. Součástí práce jsou také papírové modely, které jsme vyrobily podle rysů.

*Klíčová slova:* deskriptivní geometrie, průnik, tělesa, architektura

## Abstract

*Title:* Intersection of geometric shapes

*Authors:* Justýna Frommová, Dominik Rathan, Laura Vohryzková – students of  
Gymnázium Jana Nerudy, Hellichova 3, Praha 1

This seminary paper deals with solving the intersection of different geometric shapes (from prisms to cylinders and others). The paper is divided into two parts - the theoretical and the practical one. The theoretical part focuses on the geometric principle of solving the intersection of two shapes from the view of descriptive geometry. The practical part is trying to show how we can look at these intersections in real life including some examples of buildings located not only in the Czech Republic.

We sketched all of the examples we are talking about in this paper not only by hand, but also in *Geogebra* for greater accuracy, which are shown down below. The part of our work was also creating paper models that were made exactly according to the given parameters.

*Keywords:* descriptive geometry, intersection, geometric shapes, architecture

## **Poděkování**

Chtěli bychom poděkovat Mgr. Libuši Fischerové za její odborné připomínky a čas, který nám věnovala při konzultacích. Zároveň také všem, kteří s námi měli trpělivost, stáli nám oporou a dávali nám cenné rady.

## Obsah

1. Úvod.....	6
2. Hranatá tělesa.....	6
2.1. Průnik dvou hranolů .....	6
2.2. Průnik hranolu a jehlanu.....	8
2.3. Průnik dvou jehlanů č. 1 .....	10
2.4. Průniky hranolů v praxi .....	12
2.5. Průnik dvou jehlanů č. 2 .....	13
2.6. Průnik jehlanů v praxi- Černá věž.....	15
2.7. Průnik dvou jehlanů č. 3 .....	16
3. Rotační tělesa.....	18
3.1. Průnik dvou na sebe kolmých válců.....	18
3.2. Průnik dvou na sebe kolmých půlválců .....	20
3.3. Křížová klenba .....	24
3.4. Historie křížové klenby.....	26
3.5. Průnik dvou rovnoběžných válců.....	27
3.6. Průnik rotačních kuželů.....	28
3.7. Průnik kuželů a válců v praxi – rotundy.....	31
4. Závěr.....	33
5. Zdroje .....	34
5.1. Zdroje obrázků: .....	35

## 1. Úvod

Mají-li dvě nebo více těles nějakou společnou část, říkáme, že se protínají a tuto množinu společných bodů nazýváme průnik těles. Při konstrukci průniku hledáme pouze průnik jejich povrchů. Podle toho, v jaké jsou tělesa vzájemné poloze, rozlišujeme několik druhů průníků – ať už je to množina prázdná, bod, úsečka atd. Vzhledem k této rozmanitosti se v naší práci zaměříme jen na případ, kdy je průnikem trojrozměrný útvar. Obecně dělíme průniky těles následovně:

- *průnik prázdný* – tělesa nemají žádný společný bod
- *průnik částečný* – jedno těleso je zaklíněno do druhého
- *průnik úplný* – všechny povrchové přímky jednoho tělesa pronikají druhým tělesem

Průnikem dvou těles je vždy nějaká prostorová křivka. Pro snazší orientaci v této práci zavedeme několik pojmů a pouček.

Lichá část – část tělesa, která se nepodílí na průniku. Jsou-li liché části na témže tělese, máme úplný průnik. Jsou-li na různých tělesech, jedná se o částečný průnik.

Dvojný bod = hrana jednoho tělesa protíná druhé těleso právě ve hraně druhého tělesa.

Částečný průnik je ohraničen jedinou čarou na povrchu těles.

Úplný průnik je ohraničen dvěma čarami, které nejsou vzájemně propojené.

## 2. Hranatá tělesa

Vzhledem k jejich uplatnění (nejen) v technické praxi a názornosti jsme se zaměřili především na hranatá tělesa. Průnikem dvou hranatých těles je vždy nějaká prostorová čára (prostorový  $n$ -úhelník). Společným principem vyšetřování toho průniku je, že zjistíme průsečíky všech hran jednoho tělesa s povrchem druhého tělesa a naopak. Postup konstrukce průnikové čáry hranolů a jehlanů si ukážeme na následujících příkladech.

### 2.1. Průnik dvou hranolů

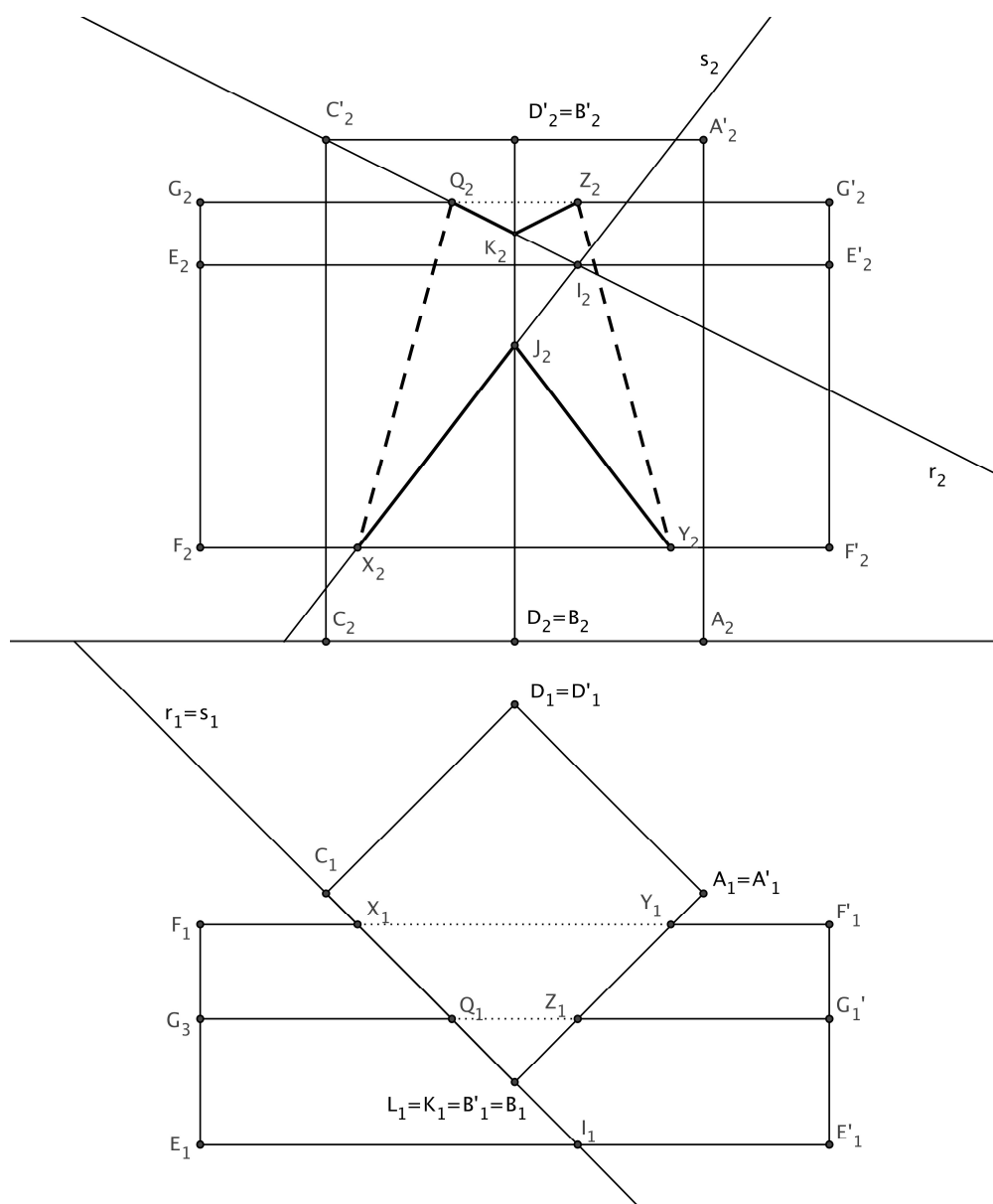
#### Příklad 1

Zobrazte průnik pravidelného čtyřbokého hranolu  $ABCD A'B'C'D'$  s podstavou  $ABCD$  v půdorysně a kolmého trojbokého hranolu  $EFG E'F'G'$  s podstavami v rovinách kolmých k ose  $x$ .

$A[8; 4; 0]$ ,  $C[2; 4; 0]$ ,  $A'[8; 4; 8]$ ,  $E[0; 8; 6]$ ,  $F[0; 4,5; 1,5]$ ,  $G[0; 6; 7]$ ,  $E'[10; 8; 6]$

## Postup (obr. 1)

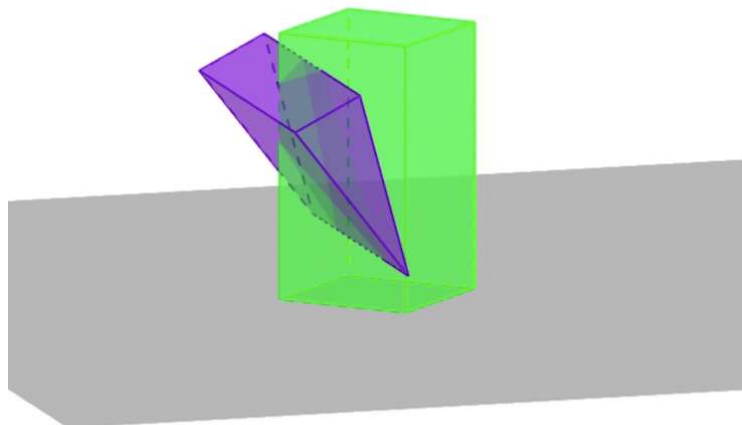
1. Pomocí zadaných bodů sestrojíme hranoly. Půdorysem čtyřbokého jehlanu je čtverec, nárysem obdélník. Půdorysem trojbokého hranolu je obdélník, nárysem obdélník.
2. Průnikovou čarou je prostorová lomená čára, která má 6 vrcholů, které v půdorysu postupně pojmenujeme X, Y, Z, Q, J, K.
3. Body přeneseme do nárysu pomocí ordinál a metody krycí přímky ( $r_1 = s_1$ ).
4. Půdorysem průniku je část obvodu čtverce  $A_1B_1C_1D_1$ , a to od bodu X do bodu Y přes bod B.
5. Nárysem průniku je uzavřená lomená čára YZKQXJY. Viditelné jsou ty strany průnikové čáry, které leží na obou hranolech ve viditelných stěnách.



obr. 1

V tomto případě se jedná o *částečný* průnik. Trojboký hranol je zaklíněn do kvádru. Posuneme-li trojboký hranol blíž k nárysně tak, aby všechny jeho boční hrany protínaly stěny kvádru, vznikne úplný průnik.

Pro větší názornost ke každému příkladu přiložíme i 3D konstrukci vytvořenou v programu *Geogebra*.



obr. 2

## 2.2. Průnik hranolu a jehlanu

### Příklad 2

Zobrazte průnik pravidelného čtyřbokého jehlanu  $ABCDV$  s podstavou v půdorysně a pravidelného čtyřbokého hranolu  $EFGHE'F'G'H'$  o výšce  $v = 10$  s podstavou v nárysně.

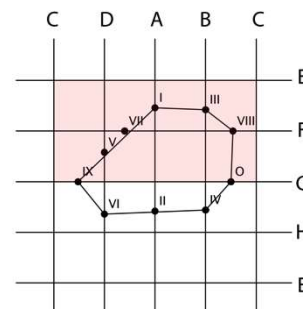
$A[4; 3; 0]$ ,  $V[-0.5; 5; 9]$ ,  $E[4.5; 0; 3.5]$ ,  $F[0.5; 0; 1]$ ,  $z_G > z_F$

Postup(obr.4)

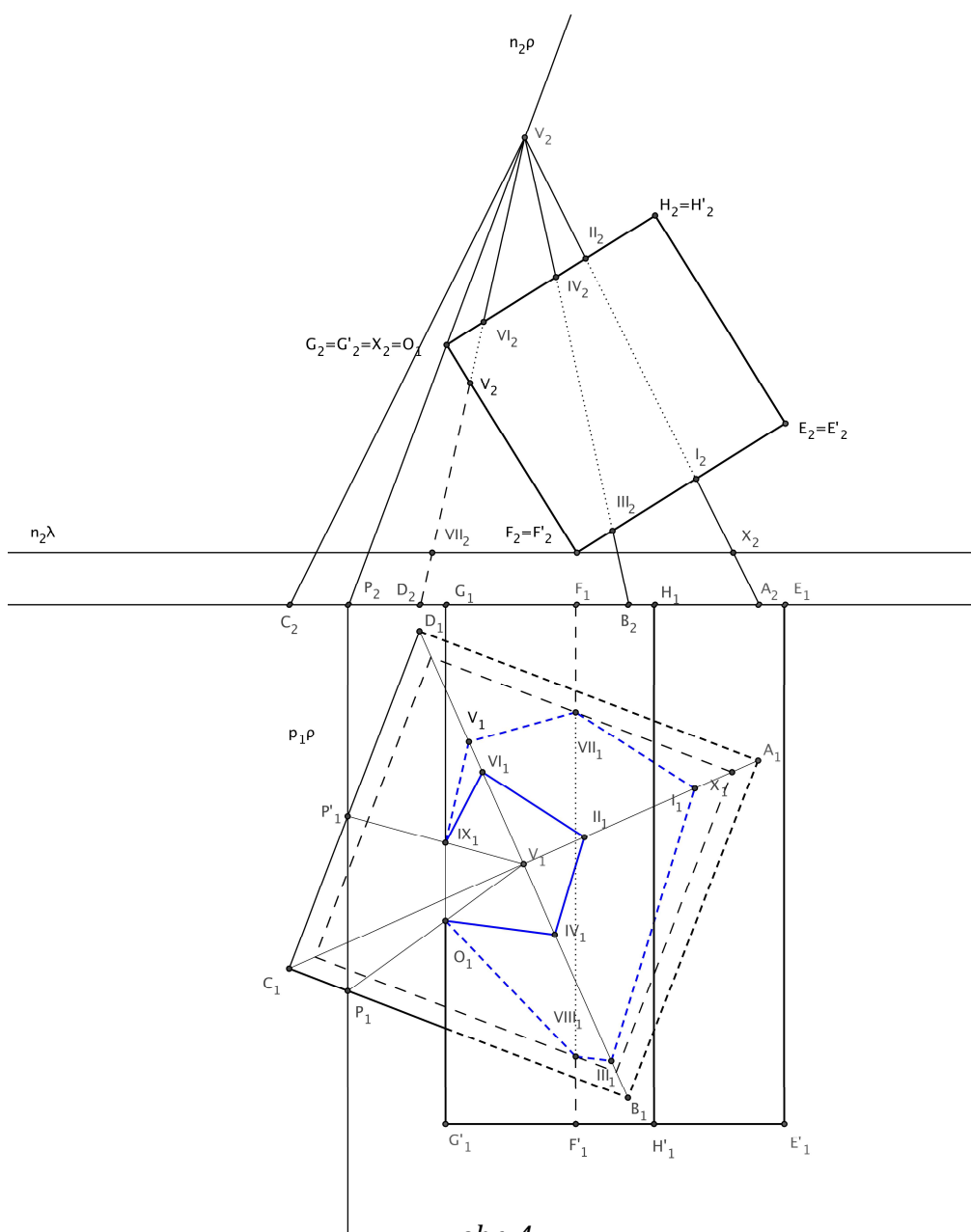
1. Půdorysem jehlanu je čtverec se středem  $V_1$  a nárysem je trojúhelník. Půdorysem hranolu je obdélník a nárysem čtverec.
2. Z nárysu je vidět, že boční hrany  $EE'$ ,  $HH'$  neprotínají jehlan a že boční hrana  $CV$  jehlanu neprotíná hranol.
3. Průnikovou čarou je jedna prostorová uzavřená lomená čára, jejími vrcholy jsou průsečíky hran  $FF'$ ,  $GG'$  hranolu se stěnami jehlanu a také průsečíky hran  $AV$ ,  $BV$ ,  $DV$  jehlanu se stěnami hranolu.
4. Nárysem průniku je část obvodu čtverce (od bodu  $I_2$  do bodu  $II_2$ ) přes body  $F_2, G_2$ . Půdorysy vrcholů průnikové čáry, které leží na hranách jehlanu, odvodíme z nárysu pomocí ordinál. Zbylé vrcholy, ležící na hranách hranolu, určíme jako půdorysy bodů pláště jehlanu (pomocí roviny rovnoběžné s půdorysnou nebo povrchovými přímkami).



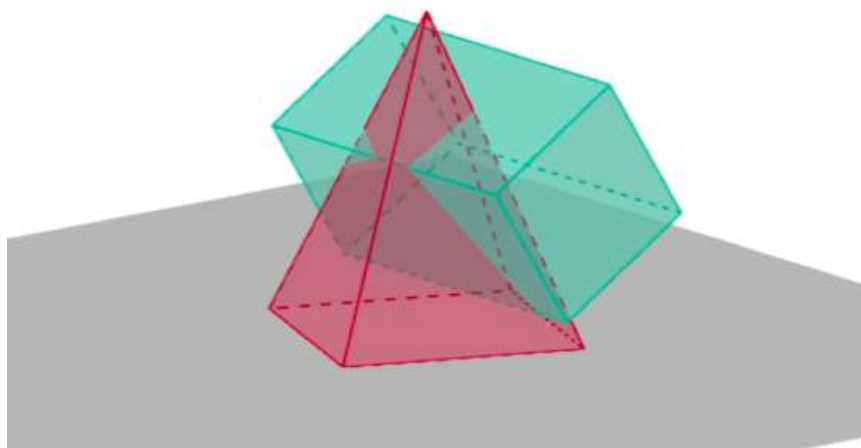
5. Ke spojování vrcholů průnikové čáry použijeme čtvercové schéma (obr. 3). V tomto schématu označíme rovnoběžky  $C, D, A, B, C$ , které znázorňují odpovídající hrany jehlanu a rovnoběžky  $E, F, G, H, E$  znázorňující boční hrany hranolu. Každé pásy mezi dvěma rovnoběžkami znázorňují dané stěny, které jsou určeny odpovídajícími bočními hranami. Vyznačíme vrcholy průnikové čáry jako body na příslušných rovnoběžkách, pak spojíme body ležící na stranách téhož čtverce. Spojením vznikne uzavřená lomená čára 17596240831, která odpovídá skutečné průnikové čáře. Ve schématu poté vyšrafujeme neviditelné stěny hranolu. Ta část průnikové čáry, která leží v tomto vyšrafovaném pásmu, je taktéž neviditelná.



obr. 3



obr. 4



obr. 5

### 2.3. Průnik dvou jehlanů č.1

#### Příklad 3

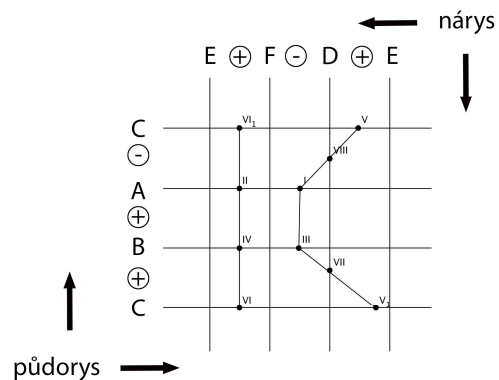
Zobrazte průnik dvou trojbokých jehlanů  $ABCV$ ,  $DEFU$ , jejichž podstavy leží v půdorysně.

$A[2.5; 1.5; 0]$ ,  $B[9.5; 2; 0]$ ,  $C[6; 7.5; 0]$ ,  $V[0; 10; 6]$ ,  $D[4; 5; 0]$ ,  $E[0.5; 9; 0]$ ,  $F[-1.5; 2.5; 0]$ ,  $U[6; 11; 11]$

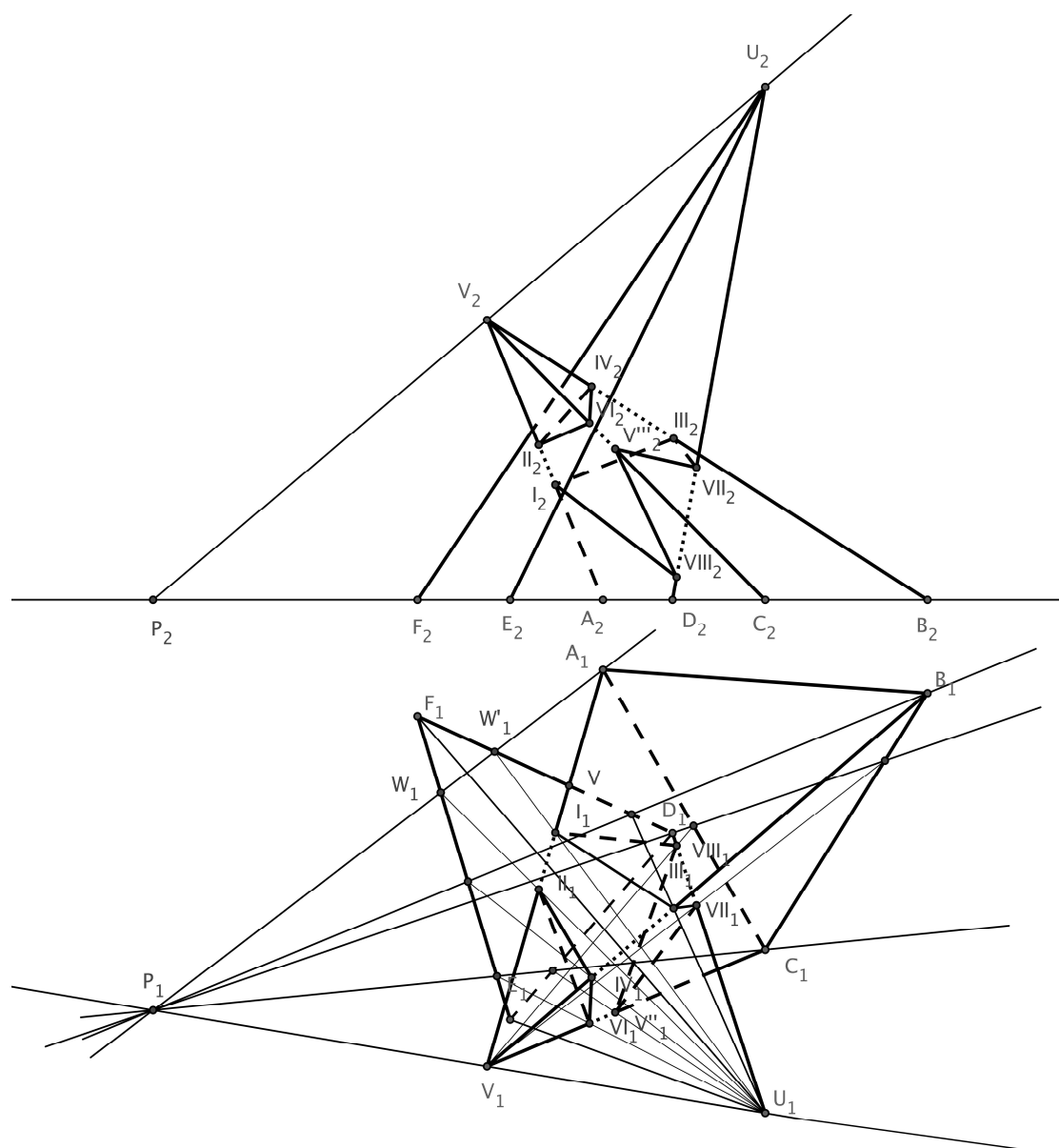
Postup (obr. 7)

1. Půdorysem obou jehlanů jsou čtyřúhelníky, nárysem jsou trojúhelníky.
2. Při vyšetřování průnikové čáry využijeme pomocné roviny, společné vrcholové roviny obou jehlanů. Jelikož společné vrcholové roviny obsahují přímku  $UV$ , procházejí jejich půdorysné stopy půdorysným stopníkem  $P$ .
3. Abychom určili průsečíky hrany  $VA$  s jehlanem  $DEFU$ , proložíme hranou vrcholovou rovinu  $\alpha$ . Její půdorysná stopa, přímka  $PA$ , protíná podstavné hrany  $DF$  a  $EF$  postupně v bodech  $W_1, W_1'$ . Trojúhelník  $UWW'$  je tedy řezem jehlanu rovinou  $\alpha$ . Průsečíky I, II leží na stranách řezného trojúhelníku.
4. Obdobně volíme roviny  $\beta, \gamma, \delta$ . Stejným postupem určíme průsečíky III, IV hrany  $BV$ ; dále průsečíky V, VI hrany  $CV$  s jehlanem  $DEFU$  a průsečíky VII, VIII hrany  $DU$  s jehlanem  $ABCDV$ .

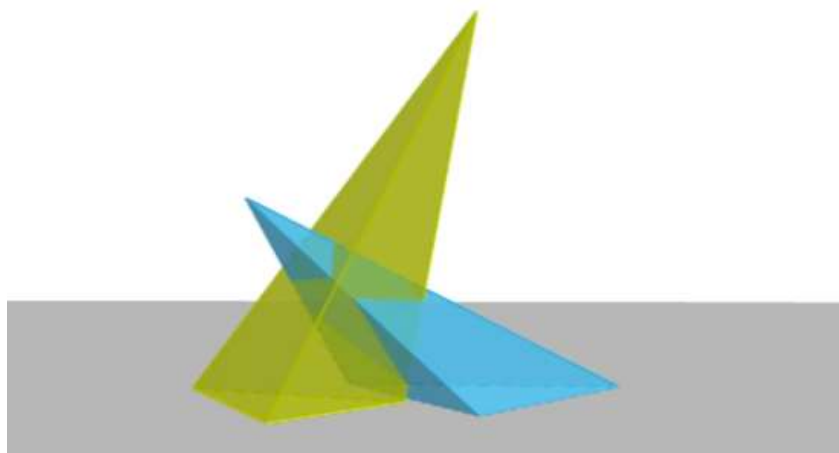
5. Pomocí čtvercového schématu (*obr. 6*) opět vhodně spojíme jednotlivé vrcholy průnikové čáry, která se rozpadá na trojúhelník 246 a prostorovou uzavřenou lomenou čáru 581375. Jedná se tedy o úplný průnik. Pro viditelnost v půdorysu a v nárysu, která je odlišná, musíme využít různá schémata. Viditelné stěny označíme znaménkem + a neviditelné -, podle čehož určíme viditelnost.



obr. 6



obr. 7

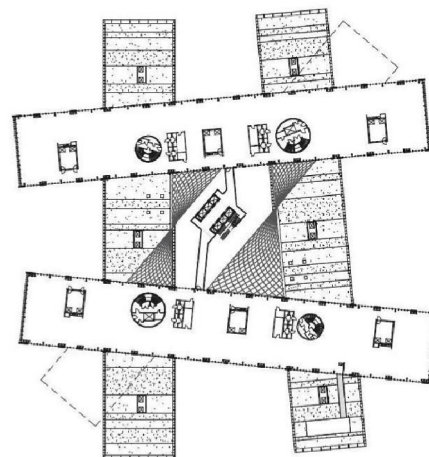
*obr. 8*

## 2.4. Průniky hranolů v praxi

Hodně architektů nejen v poslední době začalo využívat princip průniků těles (respektive kvádrů). Tento zdánlivě jednoduchý koncept byl inspirací pro mnoho rodinných domů.

*obr. 9 – dům nizozemského architekta H. P. C. Haasa*

Další takto řešenou budovou je administrativní budova ve Fornebu v Norsku nedaleko Osla. Objekt se skládá z pětice paprsků, z nichž je každý individuálně orientovaný, a společně jsou poskládány do tří úrovní. Jednotlivá ramena se dotýkají pouze ve 4 bodech. Tyto vzájemně se překrývající prostory byly využity pro výstavbu schodišť a výtahů. Každý paprsek je 12,5 m vysoký a 140 m dlouhý.



obr. 10, 11 – administrativní budova ve Fornebu a její půdorys

## 2.5. Průnik dvou jehlanů č.2

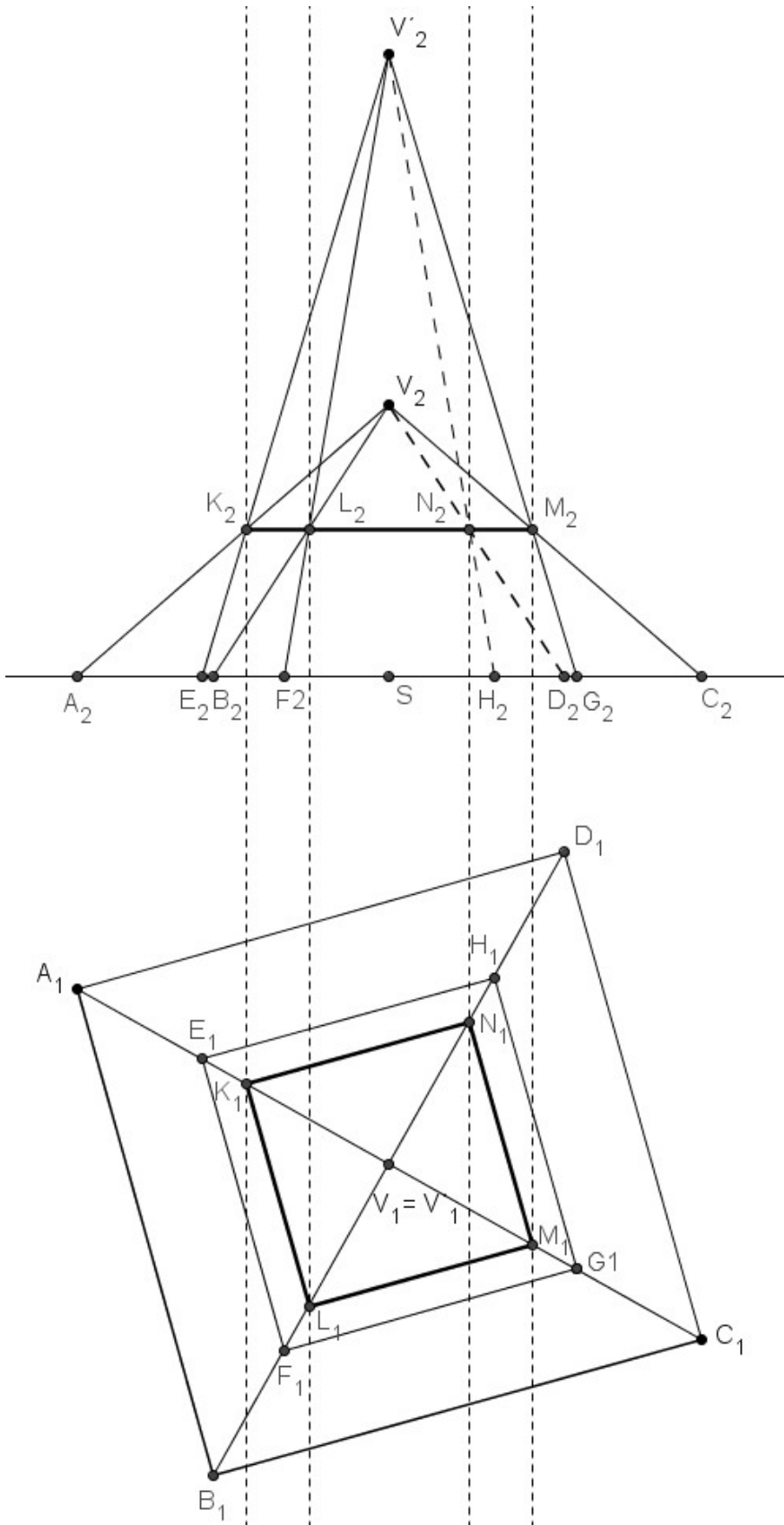
### Příklad 4

Sestrojte průnik dvou pravidelných čtyřbokých jehlanů, jejichž podstavy leží v půdorysně. Výšky jehlanů leží na společné přímce. Jehlan  $J$  má podstavu  $ABCD$ , vrchol  $V$  a jehlan  $J'$  má podstavu  $EFGH$ , vrchol  $V'$ . Body  $EFGH$  leží na vrcholových přímkách jehlanu  $J$ .

$A[4;4;0]$ ,  $C[12;8.5;0]$ ,  $V[8; y;3.5]$ ,  $E[5.6;4.9;0]$ ,  $V'[8; y;8]$

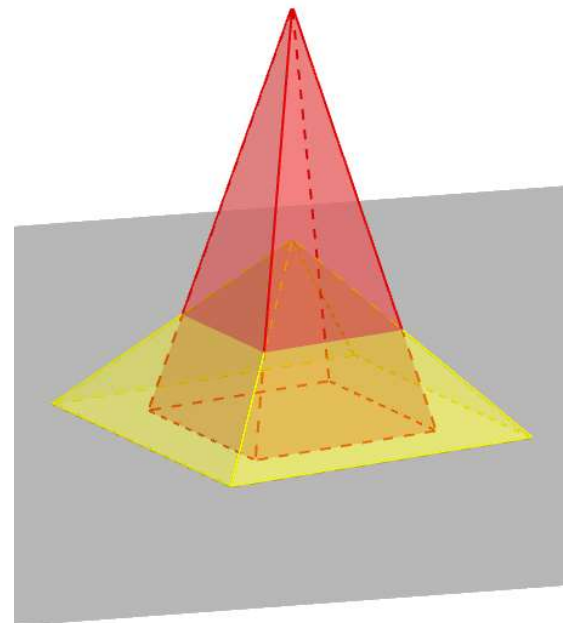
Postup (obr. 12)

1. Pomocí zadaných bodů sestojíme jehlany. Půdorysem obou jehlanů je čtverec a nárysem trojúhelník.
2. V půdorysu i nárysu vytvoříme boční hrany těles.
3. V nárysu vidíme průsečíky hran jehlanů  $J$  a  $J'$ . Vrcholová přímka  $A_2V_2$  se protíná s vrcholovou přímkou v  $E_2V_2'$  v bodě  $K_2$ .
4. Ordinálou přeneseme bod  $K_2$  do půdorysu, získáme bod  $K_1$ .
5. Zbývající průsečíky  $L, M, N$ , získáme obdobně.
6. Nárysem průniku je úsečka.
7. Půdorysem průniku je čtverec.



obr. 12

Průnik dvou jehlanů, se soustřednými podstavami, můžeme vidět často na střechách kostelů, věží atd. V architektuře se tomu říká „věžová střecha“.



obr. 13 – 3D model

## 2.6. Průnik jehlanů v praxi - Černá věž

Věžovou střechu najdeme po celé republice, ale jelikož bydlíme v Praze, jako příklad jsme si vybrali Černou věž na Pražském hradě.

Černá věž je kamenná věž na východním konci Pražského hradu, je jedinou zcela dochovanou věží z původního románského opevnění hradu, i když prošla několika úpravami.

Věž vznikla jako brána okolo roku 1135, tudíž je pod vlivem románského slohu. Ve 13. století byla tato brána zazděna a přidala se jehlanovitá střecha (viz. *Teoretická část*). Přestavění se odehrálo za vlády Karla IV. Karel IV. chtěl, aby bylo z dálky poznat, že Praha je královské město, proto nechal střechu pokrýt pozlaceným olovem. Od té doby se říkalo věži „Zlatá“. Věž sloužila jako ochoz a obydlí hlásného, který sledoval blízcí se nepřátele, popřípadě hlásil případné požáry. V 15. století byla věž zvětšena a odebráno cimbuří, které už nebylo potřeba.

Ovšem první polovina 16. století byla pro věž velice těžké období. 10. dubna 1638 věž zasáhl blesk, velká část věže vyhořela a byla údajně přestavěna na vězení. Za tři roky si oheň našel cestu i na Pražský hrad, Malou Stranu a Hradčany. Věž byla od ohně uchráněna, ale její zdi byly natolik ohořelé a začouzené, že se jí začalo říkat „Černá věž“.

Dnes je věž veřejnosti nepřístupná a nachází se zde depozitář archeologických nálezů z Hradu. To nám ale vůbec nevadí, protože věž obdivujeme z deskriptivního – architektonického hlediska a na to nám stačí pohled z venku.



Černá věž – obr. 14



## 2.7. Průnik dvou jehlanů č. 3

### Příklad 5

Sestrojte průnik dvou pravidelných čtyřbokých jehlanů ABCDV a EFGHV', jejichž podstavy leží v půdorysně. Výšky jehlanů leží na společné přímce. Vrcholy podstavy jehlanu EFGHV' pólí podstavné hrany ABCD.

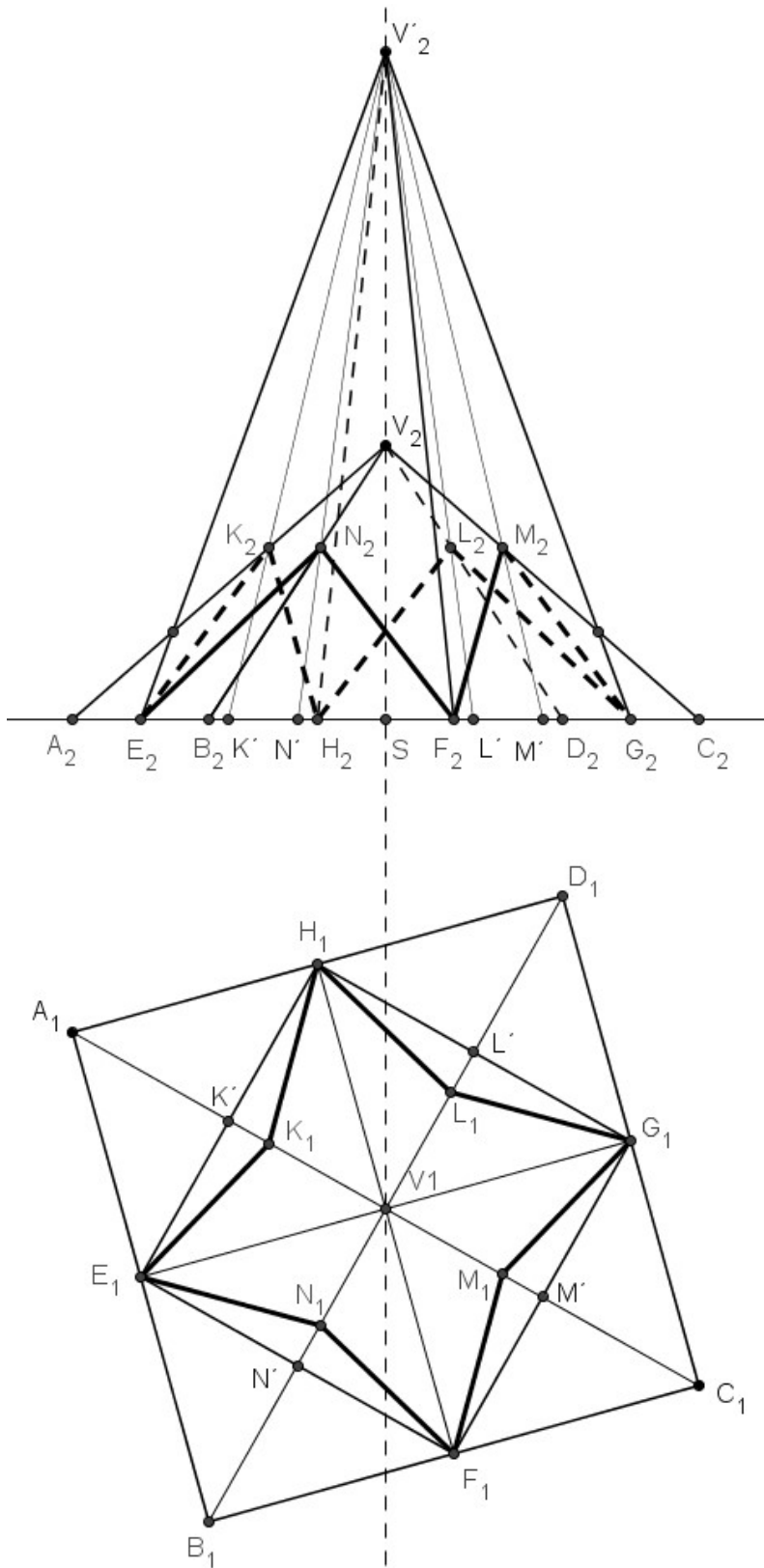
$A[4;4;0]$ ,  $C[12; 8.5; 0]$ ,  $V[8; y; 3.5]$ ,  $V'[8; y; 8]$

Postup (*obr. 15*)

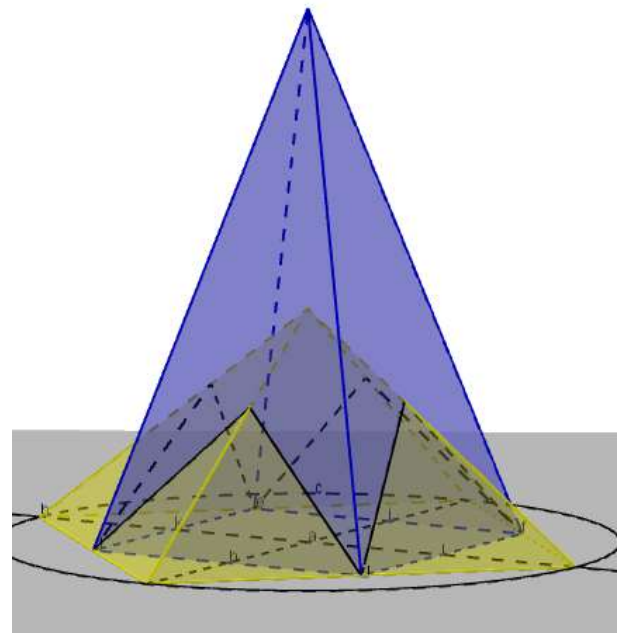
1. Pomocí zadaných bodů sestrojíme jehlany. Půdorysem obou jehlanů je čtverec, nárysem trojúhelník.
2. V nárysu i půdorysu vytvoříme boční hrany jehlanů.
3. V půdorysu se kryje hrana AV s povrchovou přímkou jehlanu EFGHV', v náryse se ale protínají v bodě K.
4. Další vrcholy průnikové lomené čáry získané obdobným postupem.
5. Viditelnost určujeme podle viditelnosti stěn jehlanů. Platí pravidlo, že viditelná strana průniku leží na viditelných stěnách obou jehlanů.

Průnikem dvou jehlanů je prostorový osmiúhelník připomínající hvězdu. Abychom mohli sestroit model, musíme zjistit skutečnou velikost jednoho „zubu“ na plášti jehlanu ABCDV pomocí jeho sklopení do půdorysny.





obr. 15



obr. 16 – 3D model

### 3. Rotační tělesa

#### 3.1. Průnik dvou na sebe kolmých válců

Průnikem dvou rotačních válců se stejnými poloměry a různoběžnými kolmými osami, jsou dvě shodné elipsy, které se protínají ve dvou bodech. Roviny elips jsou na sebe kolmé.

Tento jev můžeme pozorovat na následujícím příkladu.

##### Příklad 6

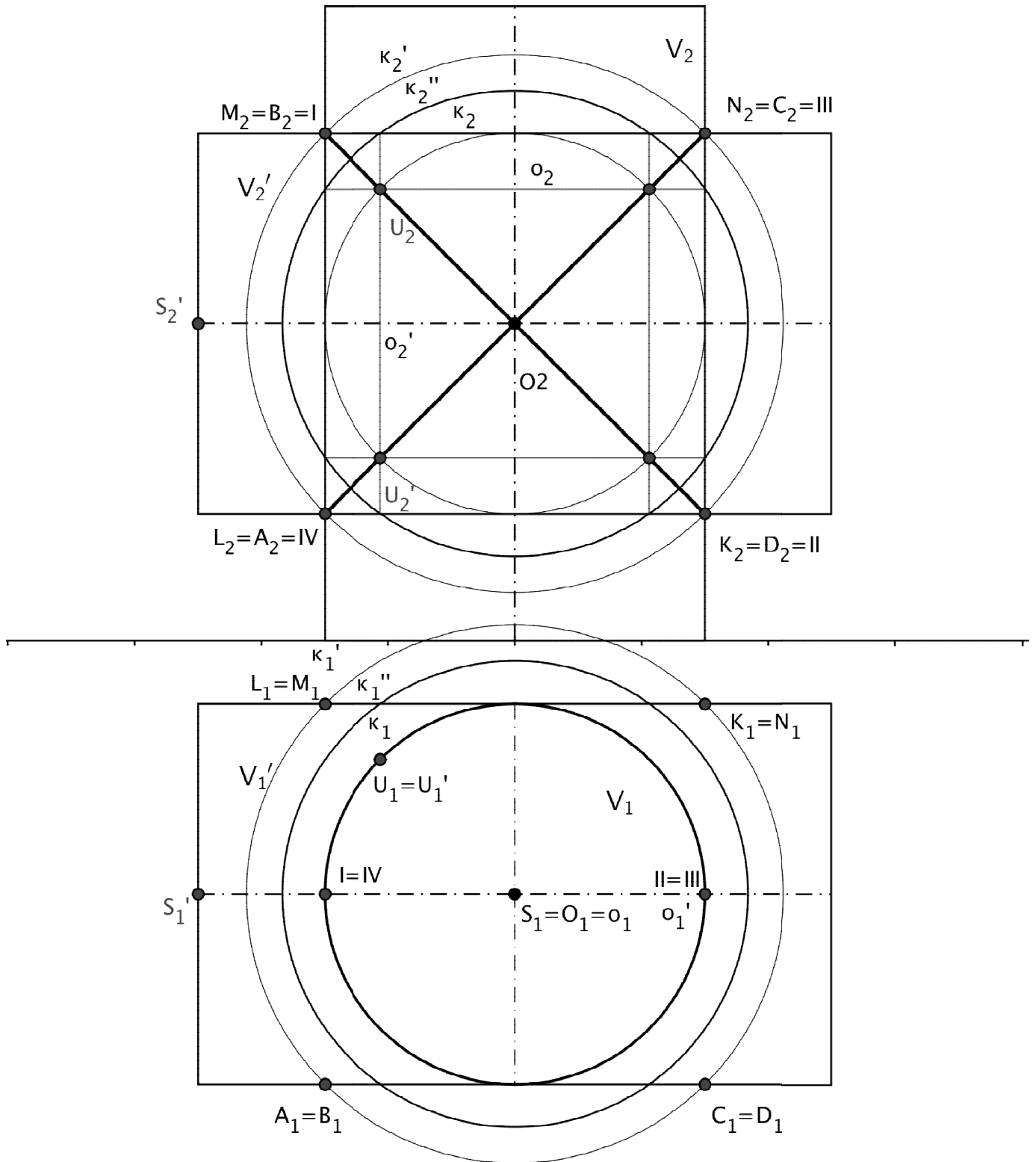
Sestrojte průnik dvou rotačních válců  $V$  a  $V'$ , jejichž osy se kolmo protínají a jsou rovnoběžné s nárysnou. Válec  $V$  má střed podstavy  $S$ , poloměr  $r$  a výšku  $v$ . Válec  $V'$  má střed podstavy  $S'$ , poloměr  $r'$  a výšku  $v'$ .

$S[0;4;0]$ ,  $r = 3\text{cm}$ ,  $v = 10\text{cm}$

$S'[-5;4;5]$ ,  $r' = 3\text{cm}$ ,  $v' = 10\text{cm}$

Postup (obr. 17)

1. Podle zadaných údajů sestrojíme půdorys a nárys obou rotačních válců. Půdorysem bude obdélník a kruh. Nárysem jsou obdélníky.
2. Jednotlivé body průniku sestrojíme metodou soustředných koulí se středy v bodě  $O$ .
3. Nárysem průniku válců jsou dvě kolmé úsečky I II a III IV. Půdorysem průniku je kružnice  $k_3$ . Skutečná velikost hlavní osy obou elips je úsečka I II v náryse. Skutečná velikost vedlejší osy obou elips je poloměr válců.
4. Metoda soustředných koulí: Střed koulí je vždy v průsečíku  $O$  os válců. Každá vhodná koule protíná oba válce v povrchových kružnicích. Průsečíky obou kružnic jsou hledané body průnikových elips (např. body  $U$  a  $U'$ )



obr. 17

### 3.2. Průnik dvou na sebe kolmých půlválců

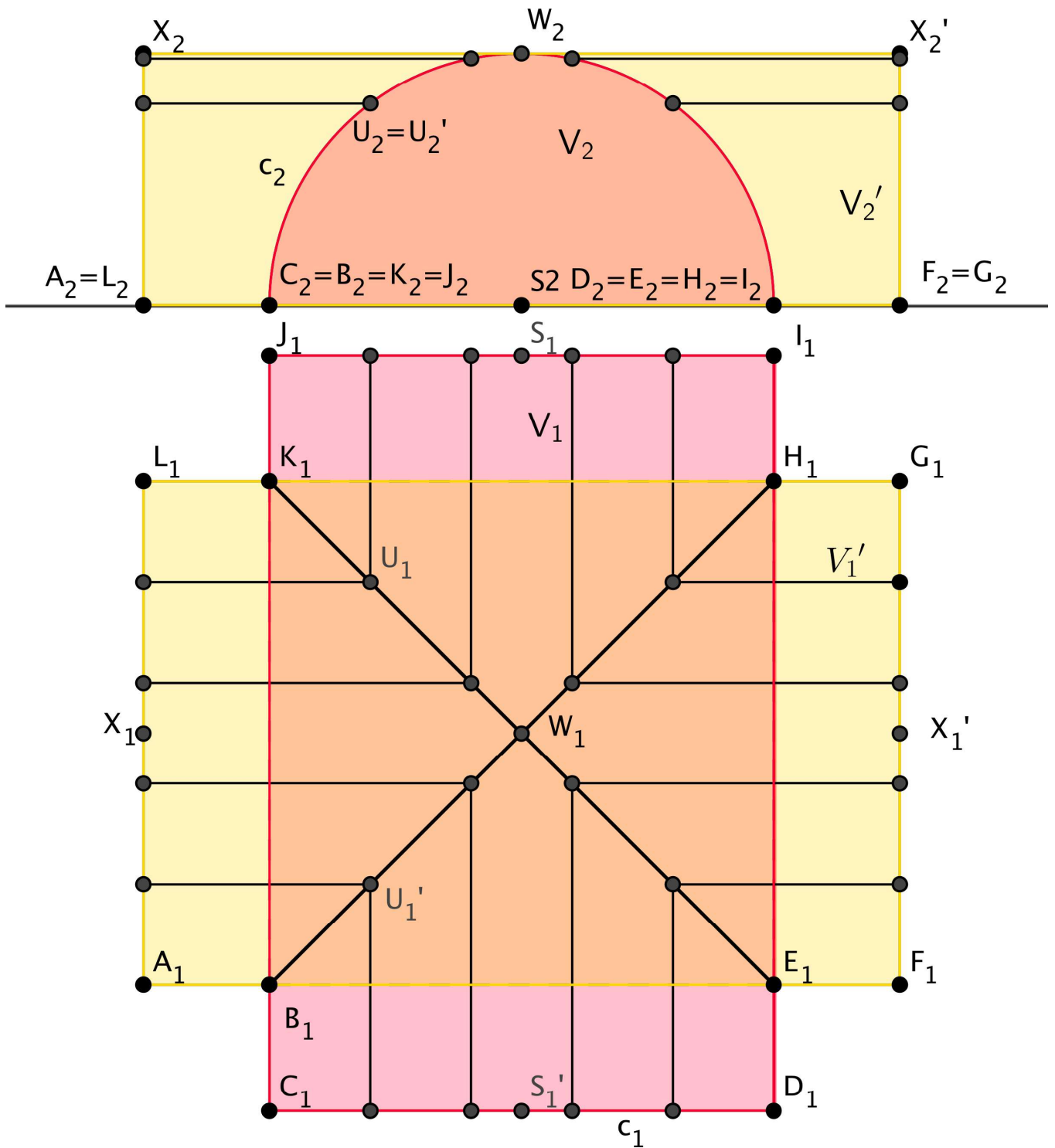
Průnikem dvou půlválců, jejichž osy jsou rovnoběžné s půdorysnou a kolmo se protínají, jsou dvě poloelipsy, ležící v rovinách na sebe kolmých, s jedním dvojným bodem. V praxi se tento průnik využívá ke stavbě křížové nebo klášterní klenby a daným poloelipsám se říká žebra klenby. Křížovou klenbu můžeme vidět na místech, kde se křížují chodby s valným stropem. Na následujícím příkladu můžeme vidět křížovou klenbu zobrazenou v Mongeově projekci.

#### Příklad 7

Sestrojte průnik dvou půlválců  $V$  a  $V'$ , jejichž osy se kolmo protínají a jsou rovnoběžné s půdorysnou. Poloměry i výšky obou těles jsou shodné ( $r = 5\text{ cm}$ ,  $v = 15\text{ cm}$ ).

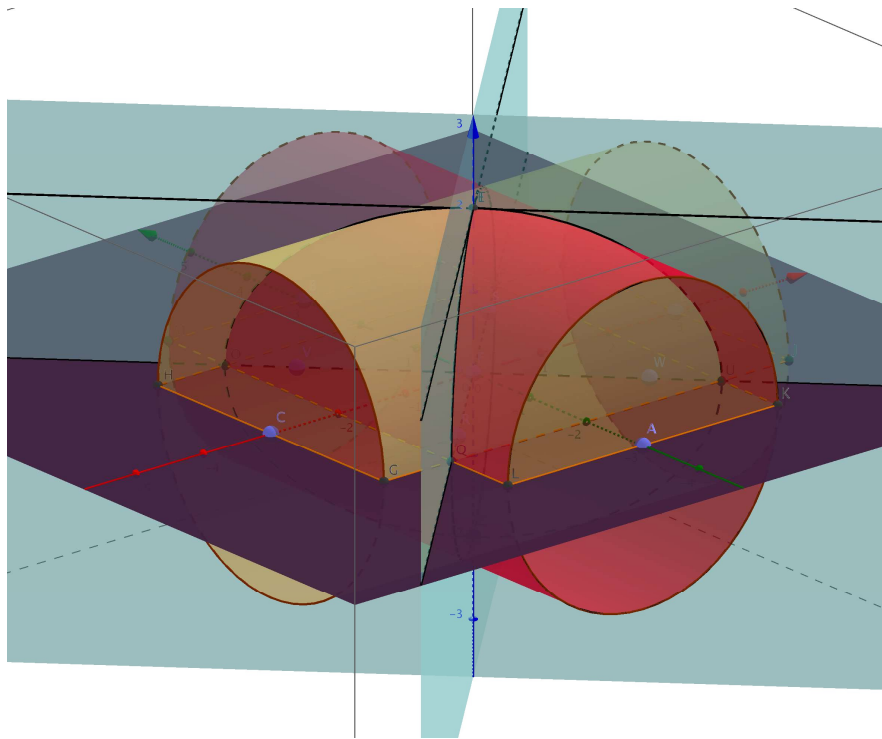
Postup (*obr. 18*)

1. Podle zadaných údajů sestrojíme půdorysy i nárysy půlválců. Půdorysem jsou obdélníky, nárysem půlkruh a obdélník.
2. Půdorysem průniku jsou dvě na sebe kolmé úsečky  $K1E1$  a  $B1H1$ . Nárysem průniku je polokružnice.
3. Povrchové přímky válcových ploch, ležící v jedné rovině rovnoběžné s půdorysnou, se protínají v bodech poloelips.

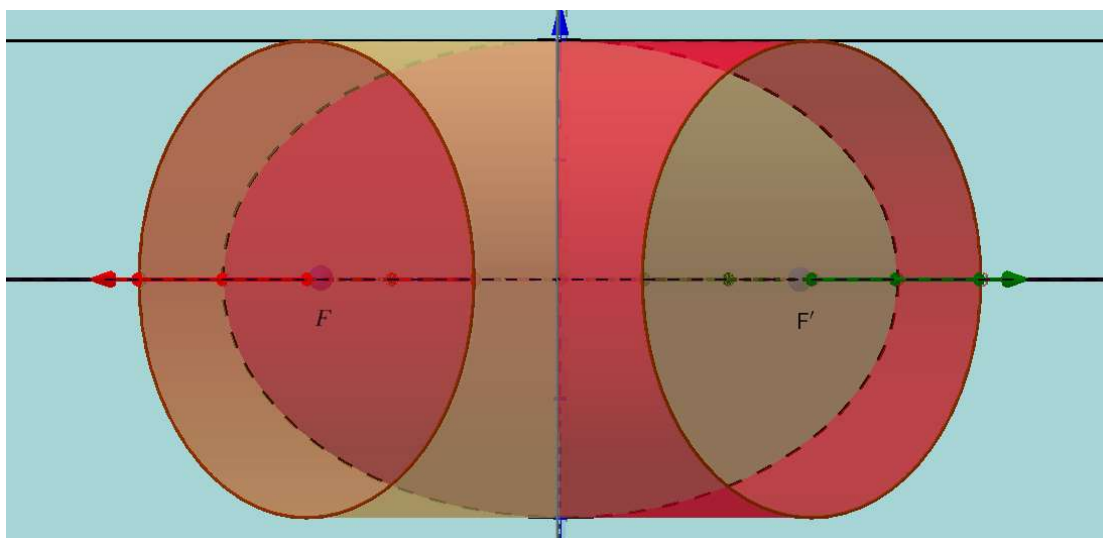


obr. 18

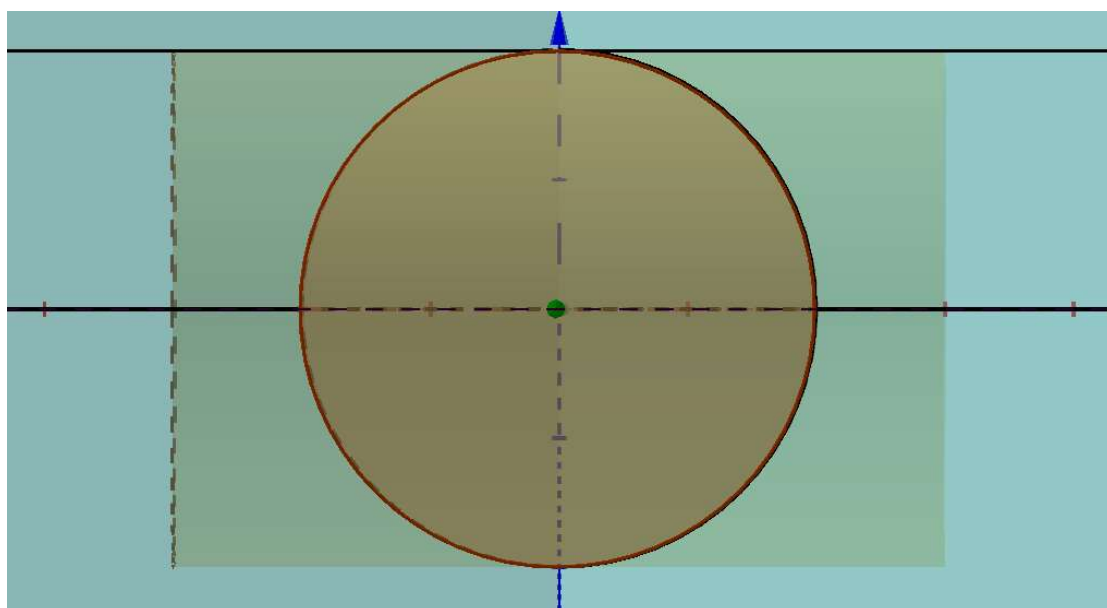
Příklad číslo 7 jsme také vyhotovili v Geogebře 3D. Otáčíme-li axonometrickým průmětem těles (*obr. 19*), je v určité poloze dobře vidět (*obr. 21, 22*) půdorys a nárys těles s jejich průnikem (jak také můžeme vidět na *obr. 18*).



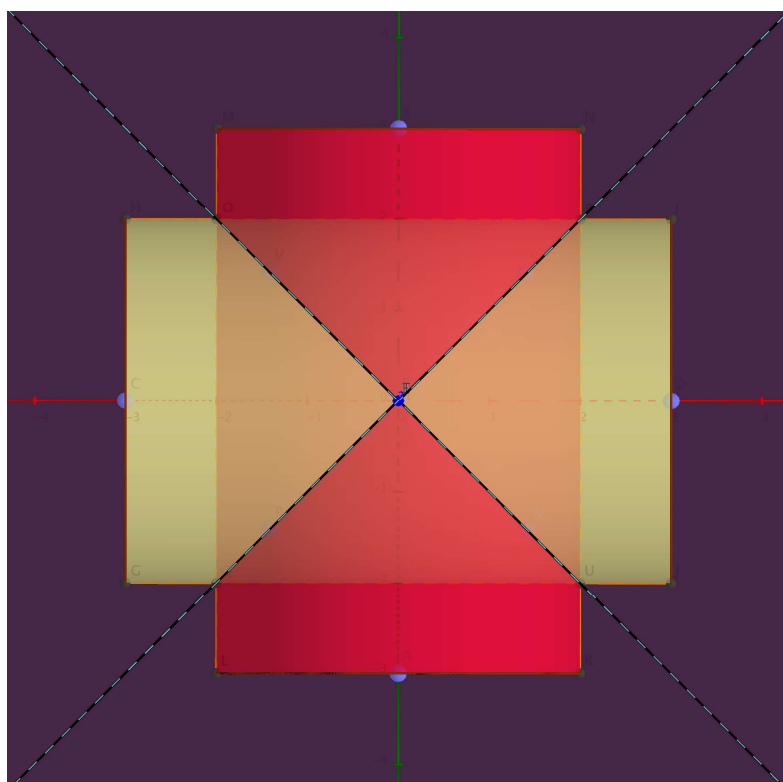
*obr. 19* - Grafické 3D zpracování průniku dvou válců



*obr. 20* – elipsa s ohnisky  $F, F'$ , znázorňující průnik válců



obr. 21 - nárys



obr. 22 - půdorys

### 3.3. Křížová klenba

Protože se průnik dvou válců v praxi nejčastěji využívá na stavbu křížové klenby, rozhodli jsme se uvést postup při sestavování modelu. Vyšli jsme ze sítě válce s průnikovou elipsou, omezíme se pouze na čtvrtinu této sítě.

#### Příklad 8

Sestrojte nárys a půdorys válce, s podstavou v půdorysně.

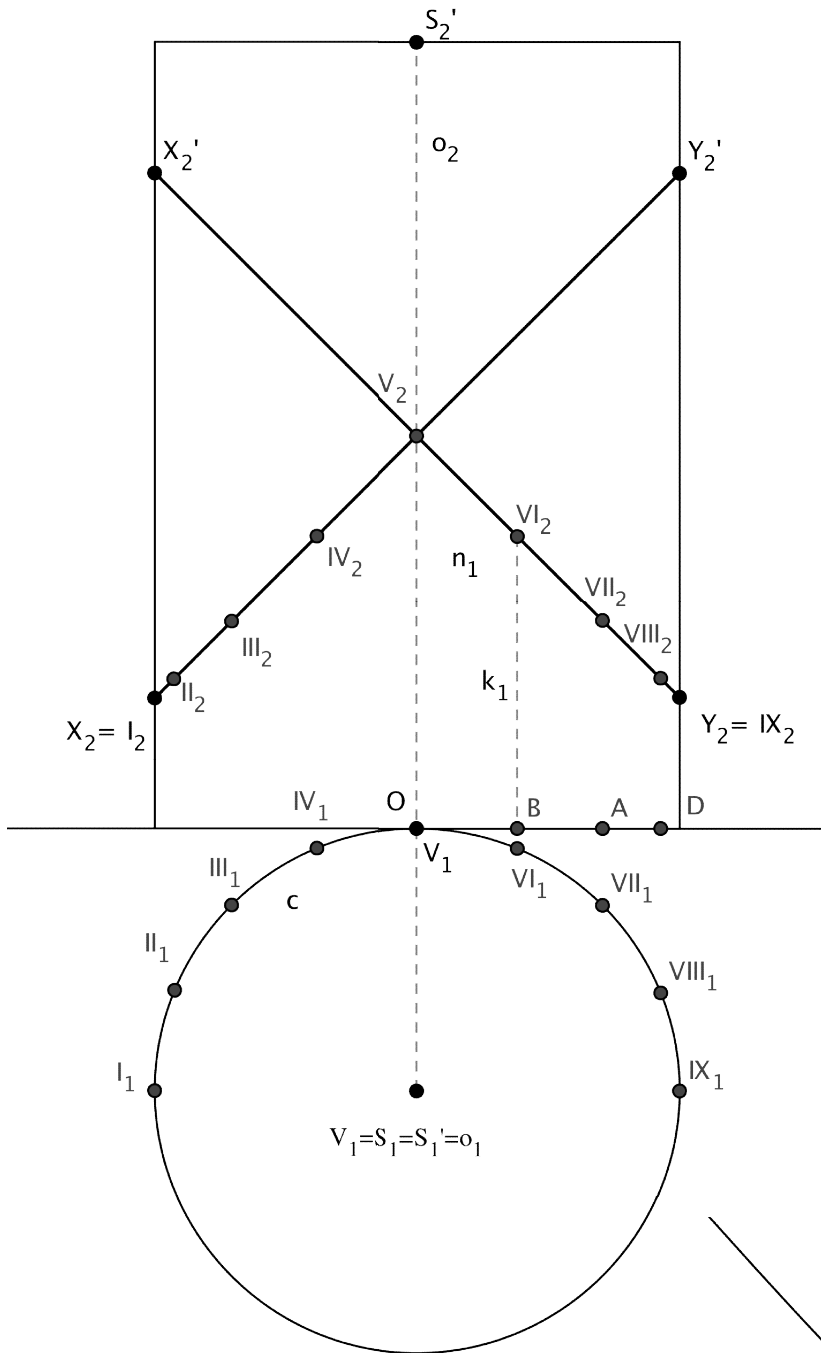
$S[0; 5; 0]$ ,  $v = 15$  cm,  $r = 5$  cm.

Sestrojte pouze jednu čtvrtinu sítě křížové klenby.

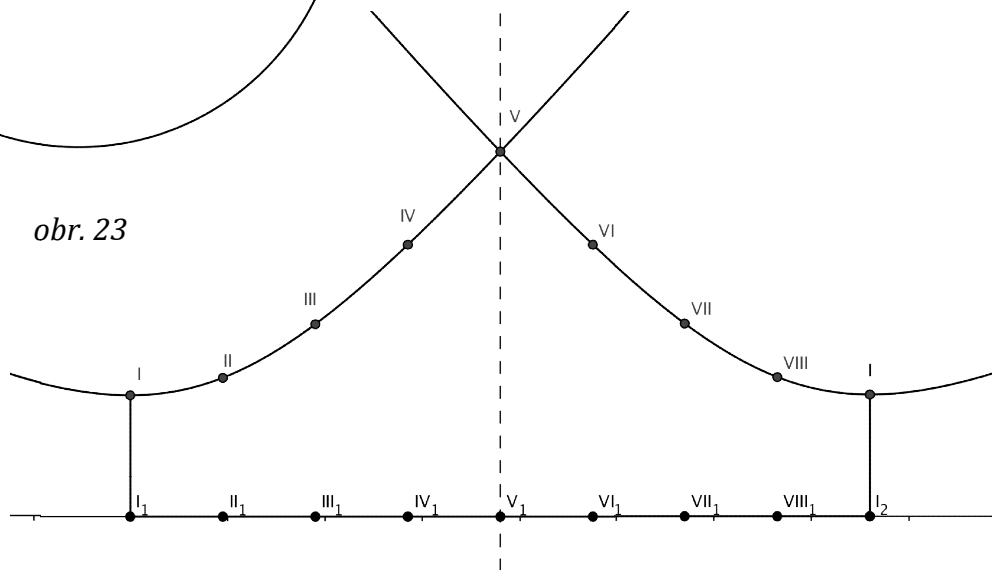
Postup (obr. 23, 24)

1. Podle zadaných bodů sestrojíme půdorys a nárys válce. V nárysu znázorníme dvě kolmé úsečky  $X_2X_2'$  a  $Y_2Y_2'$ , jsou to nárysy průnikových elips a také jejich skutečné velikosti hlavních os.
2. Pomocí metody rektifikace polokružnice (body I až IV) sestrojíme její rozvinutí do úsečky  $I_1I_2$ . Tyto body považujeme zároveň za půdorysy bodů průnikových elips. Pomocí z-tových souřadnic bodů elips vyneseme body do sítě pláště válce. Body leží na části sinusoidy. Dostáváme síť čtvrtiny křížové klenby.





obr. 23



obr. 24 – ¼ křížové klenby

### 3.4. Historie křížové klenby

Křížová klenba se používá už od středověku. Je to nejběžnější klenba vůbec. Nejprve se objevila v románském stylu a poté se stala velkou částí gotiky. V roce 1400 začala být vytlačována složitější klenbou síťovou.

Křížová klenba ve středověku často nebyla stavěna jako průnik dvou obyčejných válců. U prosté křížové klenby mají žebra ve vrcholové části vodorovný průběh. Klenbě tak hrozí snadné prolomení. V románském slohu byl tento problém řešen zastrmením ve vrcholové části, nebo zvýšením eliptických diagonál oblouků na plný půlkruh. Křížová klenba proto bývala řešena užitím průniku čtyř rotačních kuželů o velmi vzdáleném vrcholu. V místech křížení žebor se setkáváme s takzvanými svorníky. A můžeme se setkat i s tzv. konzolami, což jsou nástěnné přípony a patky.



obr. 25 - Kostel proměnění Páně (Tábor)



obr. 26 - Kostel proměnění Páně (Tábor), svorník



obr. 27 – Hrad Zvíkov. Křížová klenba s konzolami

### 3.5. Průnik dvou rovnoběžných válců

#### Příklad 9

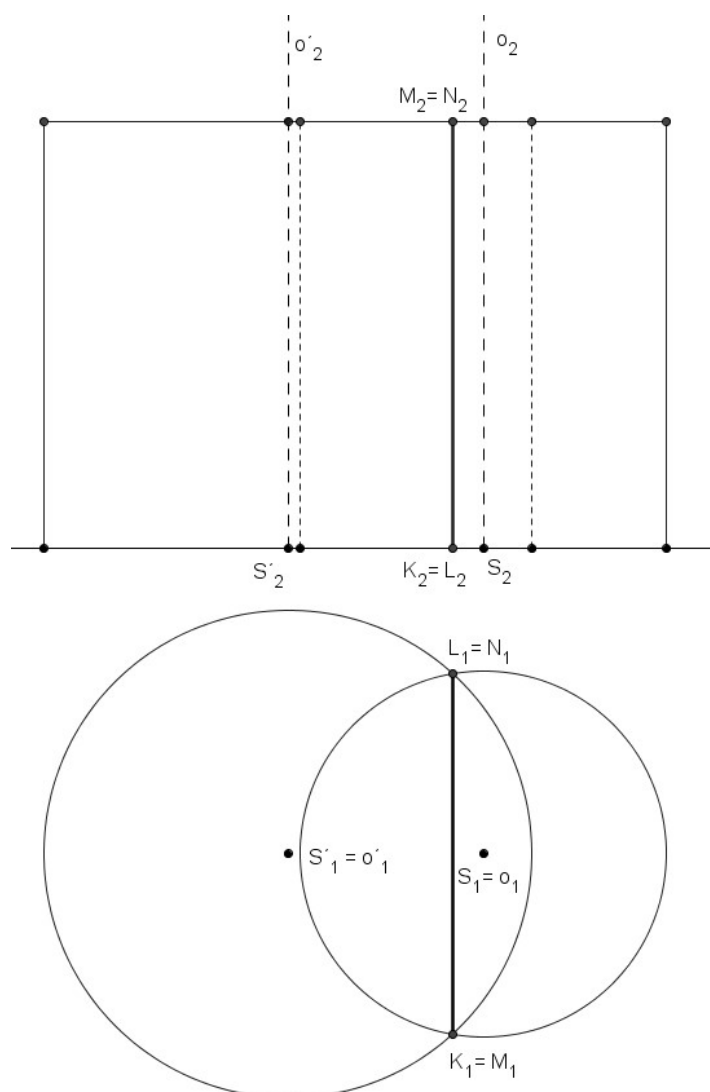
Zobrazte průnik dvou rotačních válců s podstavami v půdorysně. Válce mají rovnoběžné osy.

$S[9.2; 5; 0]$ ,  $r = 3$  cm,  $v = 7$  cm

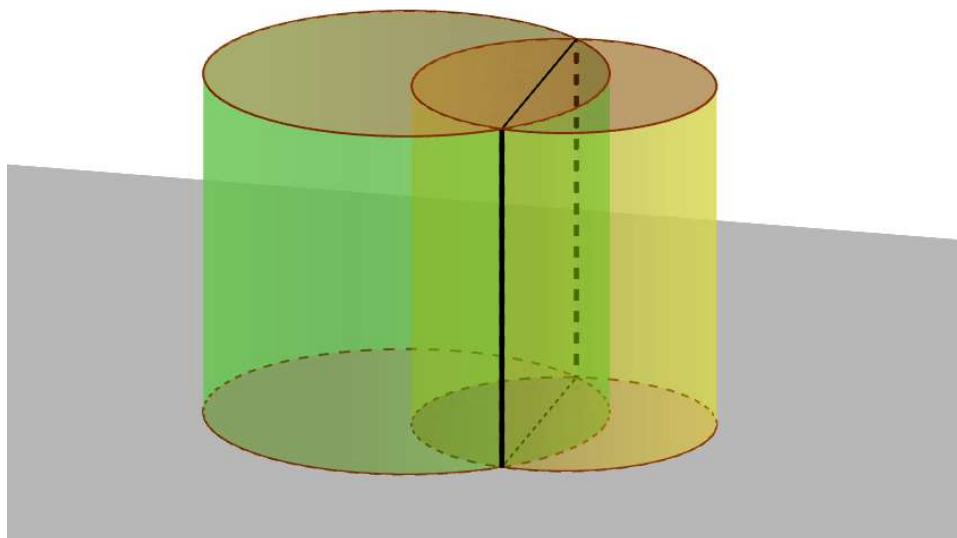
$S'[6; 5; 0]$ ,  $r' = 4$  cm,  $v' = 7$  cm

Postup (obr. 28)

1. Sestrojíme válce podle zadaných podmínek. V nárysu se nám zobrazí jako obdélníky, v půdorysu jako kruhy
2. Průnikem povrchů válců je obdélník KLMN. Příklad se nám zjednodušil díky tomu, že středy podstav válců leží na přímce, která je rovnoběžná s osou  $x$ . Půdorysem průnikového obdélníku je úsečka  $K_1L_1$ . Nárys se nám jeví jako úsečka  $K_2M_2$ .
3. Určíme viditelnost.



obr. 28



obr. 29 – 3D model

Průnikem povrchů dvou válců s rovnoběžnými osami je obdélník KLMN.

### 3.6. Průnik rotačních kuželů

#### Příklad 10

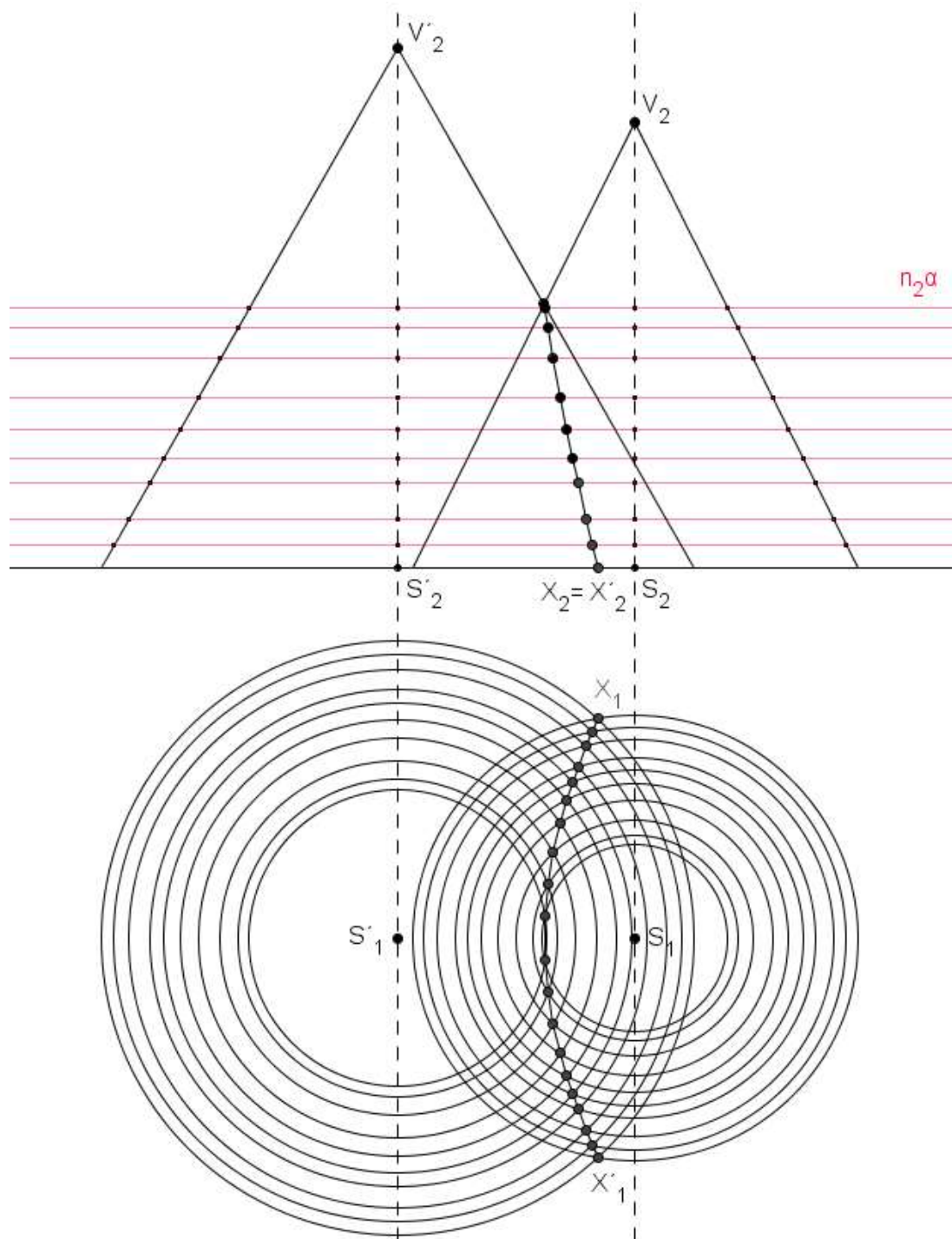
Zobrazte průnik dvou rotačních kuželů s podstavami v půdorysně. Osy kuželů jsou rovnoběžné.

$S'[3; 5; 0]$ ,  $r' = 4\text{cm}$ ,  $v' = 6\text{cm}$

$S[0,2; 5; 0]$ ,  $r = 3\text{cm}$ ,  $v = 4\text{cm}$

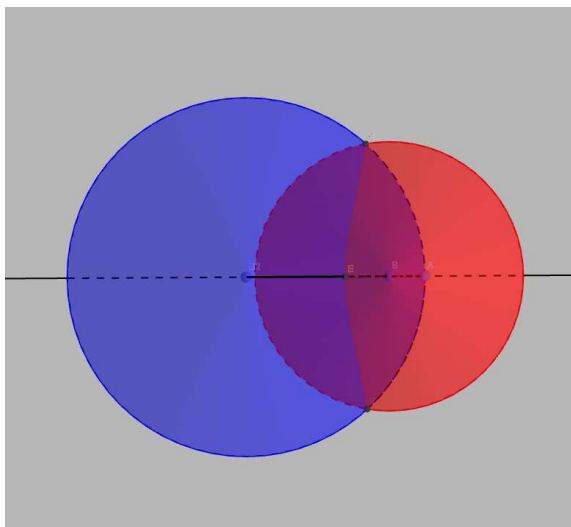
Postup (obr.30)

1. Sestrojíme kužele podle zadání. Půdorysem jsou kruhy, nárysem rovnoramenné trojúhelníky.
2. Při konstrukci využijeme metodu rovnoběžných řezů kuželů, a to rovinami  $\alpha$ . Roviny  $\alpha$  jsou rovnoběžné s půdorysnou a řežou kuželové plochy v kružnicích, jejichž středy leží na osách těles.
3. Povrchové kružnice v jedné řezné rovině se protínají v bodech průniku kuželových ploch. Čím více řezných rovin použijeme, tím je průniková křivka přesnější.
4. Půdorysy bodů průniku leží v průsečících půdorysů povrchových kružnic, majících skutečný poloměr.
5. Nárysy bodů průniku leží na nárysech příslušných povrchových kružnic, které se jeví jako úsečky rovnoběžné s osou  $x$  s délkou skutečných průměrů povrchových kružnic.

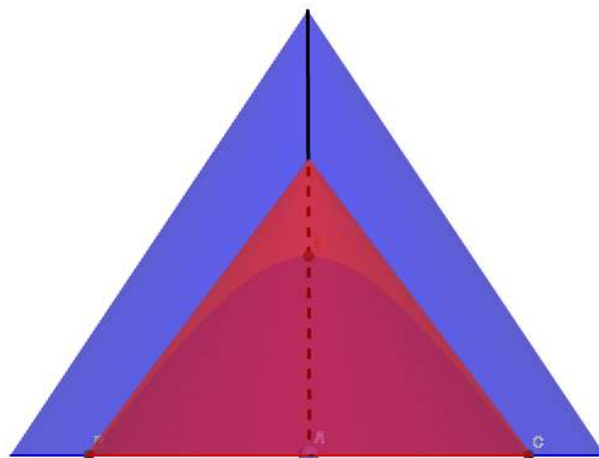


obr. 30

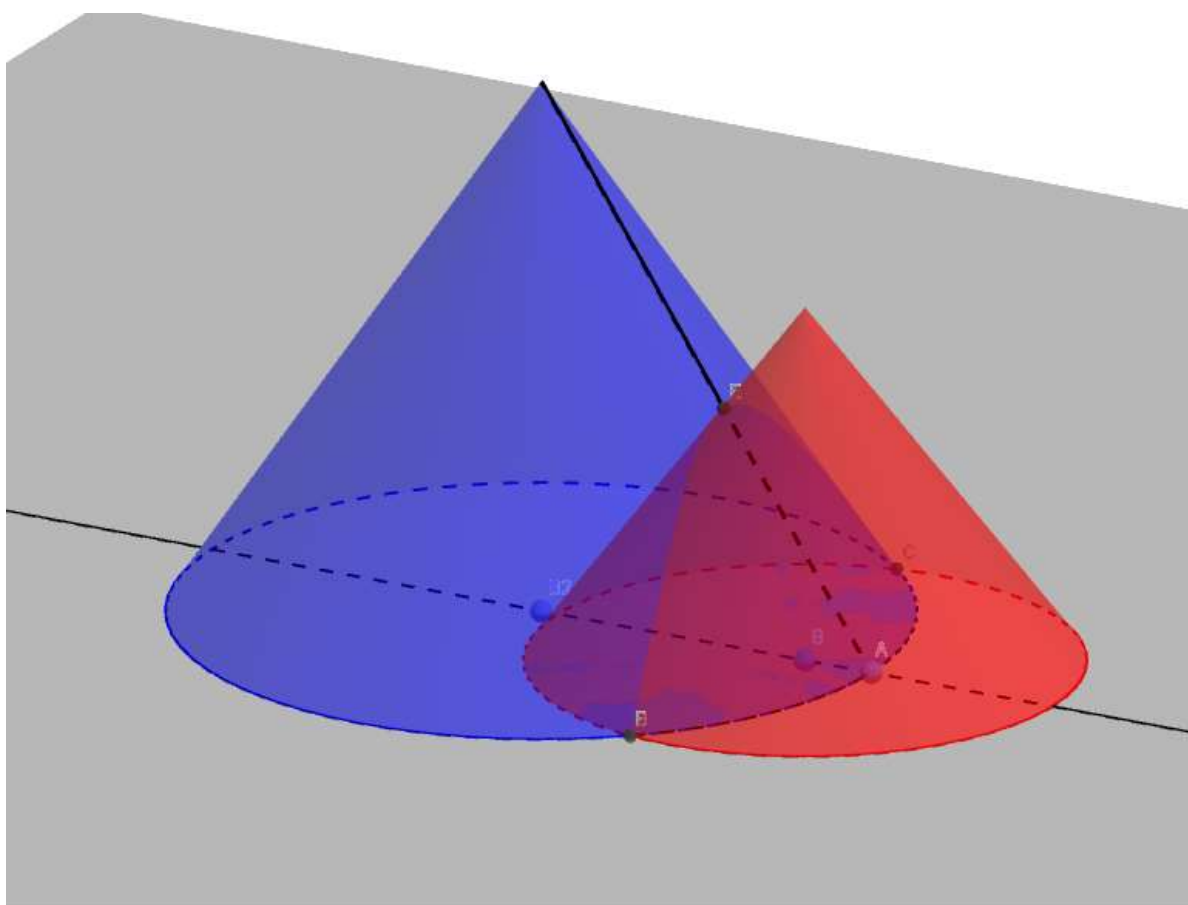
Průnikem dvou kuželů je křivka, která je zdánlivě podobná parabole. Parabola je ovšem křivka rovinná, naše průniková křivka je prostorová. Díky tomuto jevu bylo obtížné vytvořit papírový model. Využili jsme programu *Geogebra*, kde jsme situaci zkonstruovali ve 3D. Model 3D jsme otočili do polohy (viz. obr. 32), kde výšky průnikových bodů jsou vidět ve skutečné velikosti. Pomocí programu *Geogebra* jsme zjistili velikost kruhové úseče, kam křivka zasahuje, stejně tak do jaké výšky na povrchu kužele sahá. Tyto údaje jsme přenesli na papír a narýsovali síť tělesa.



obr. 31 – půdorys 3D



obr. 32 – nárys 3D



obr. 33 – 3D model

### 3.7. Průnik kuželů a válců v praxi – rotundy

Když spojíme dva předchozí příklady a převedeme je do praxe, vzniknou nám rotundy. Na architektuře rotund je patrný průnik dvou rotačních válců s rovnoběžnými osami, střecha je tvořena průnikem dvou rotačních kuželů.

#### Románský sloh – Rotundy

Románský sloh je známý a nejvíce rozšířený v období Středověku. Přesnější datace je v rozmezí 11. - 13. století. V této době křesťané potřebovali místo, kde by se mohli shromažďovat, vyznávat a šířit svou víru, proto začali stavět kostely – baziliky a rotundy. Mezi typické znaky románského slohu patří půlkruhové oblouky u vchodů a oken, valená klenba, kamenné masivní stěny s tloušťkou až 3 metry.

Název rotunda je odvozen z latinského slova *rotundus*, což znamená kruhový. Rotunda se skládá z lodě, apsidy a kopule. Poloha apsidy je odvozena z významu latinského slova *apsis*, neboli výklenek. V tomto výklenku se také nachází oltář.

Po České republice máme hodně těchto kruhových kostelů ze Středověku, přesněji 24 rotund leží na českém území. Jen v Praze jsou čtyři: Rotunda sv. Kříže, Rotunda sv. Martina, Kostel svaté Máří Magdaleny a Rotunda sv. Longina.

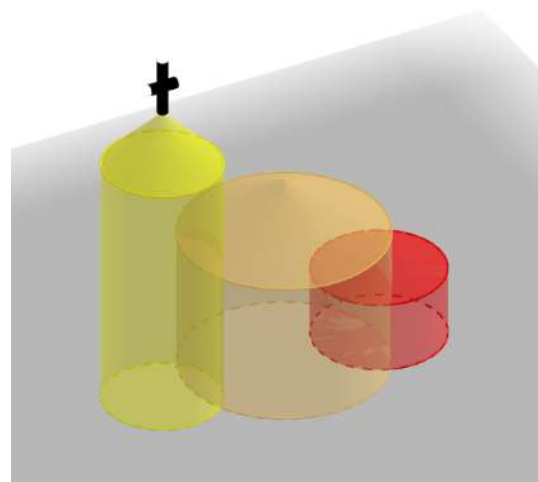
Jako zástupce jedné z rotundy jsme si vybrali rotundu na hoře Říp.

#### Rotunda sv. Jiří a sv. Vojtěcha

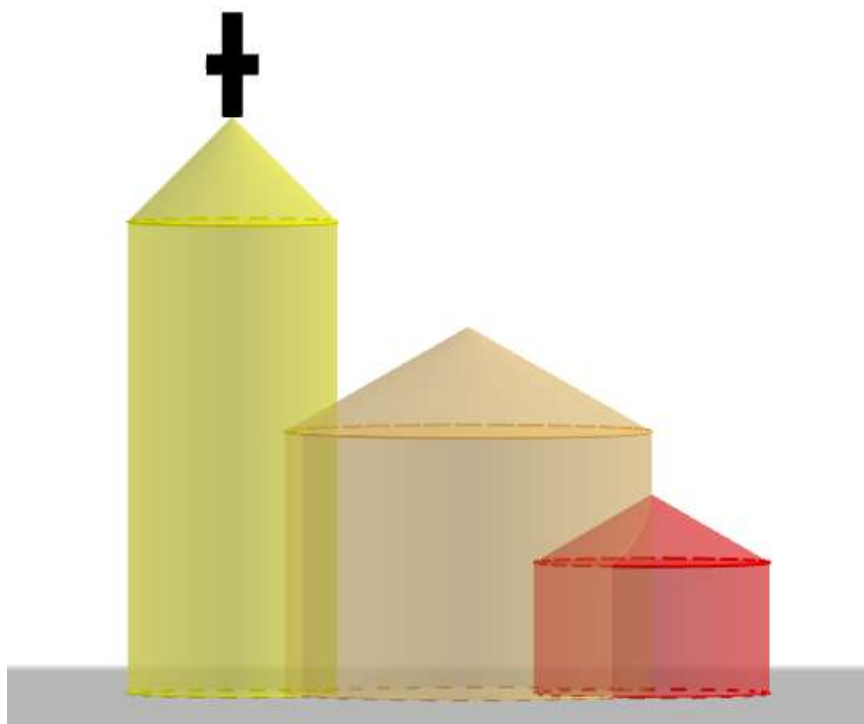
Rotunda sv. Jiří a sv. Vojtěcha patří mezi velmi významnou památku v dějinách Česka. Rotunda je kulturní i církevní památka, patří mezi jednu z nejstarších českých staveb.

Rotunda leží na hoře Říp ve výšce 459m n.m. V roce 1126 na tomto místě stála dřevěná kaple, kterou kníže Soběslav nechal přestavět a dostavěl k ní západní kruhovou věž. To vše se odehrálo na počest vítězství nad německým panovníkem Lotharem v bitvě u Chlumce. Do původní kaple byly přeneseny ostatky svatého Vojtěcha, jemuž byla zasvěcena. Od 16. století je zasvěcena i svatému Jiří, patronu Přemyslovců. Současná podoba rotundy je výsledkem několika přestaveb. Jedna z prvních přestaveb se odehrála v letech 1869 – 1881, zazdil se původní vchod a byl proražen jižní portál, v lodi se zřídila velká okna a celá rotunda byla vylepšena novou hladkou venkovní omítkou. Poté proběhly další přestavby fasády z důvodu romanizace.

Pro zajímavost, roku 1868 zde byl vyjmut základní kámen pro Národní divadlo.

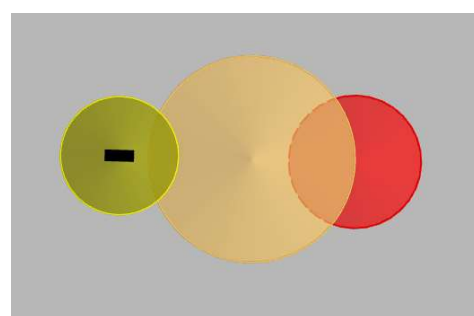






obr. 34 – 3D model – nárys

obr. 35



obr. 36 - půdorys



obr. 37 – Rotunda sv. Jiří a sv. Vojtěcha na hoře Říp



## 4. Závěr

V práci jsme se věnovali průnikům těles. Tuto problematiku jsme demonstrovali na zajímavých příkladech.

Tato práce dokonale spojuje teorii s praxí. Kdybychom neovládali základy deskriptivní geometrie, nebyli bychom schopni narýsovat rýsy z této práce. Kdybychom nenarýsovali a neporozuměli průnikům těles, nerozuměli bychom architektonickým skvostům, jako jsou například rotundy nebo různé administrativní budovy, mrakodrapy. Díky této práci jsme se velice zdokonalili ve tvoření s programem *Geogebra*, ve kterém jsme vypracovávali rýsy ke každému příkladu. Pro zlepšení představivosti čtenáře jsme také sestrojili 3D modely jak papírové ručně dělané, tak elektronické.

Za největší přínos považujeme skutečnost uvědomění si, že průniky jsou všude kolem nás.

## 5. Zdroje

- POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2010. ISBN 978-80-7196-400-1.
- Nová 5paprsková administrativní budova energetické firmy Statoil ASA. In: *Tzbinfo: stavebnictví, úspory energií, technická zařízení budov* [online]. Praha: Schüco International KG, 2013 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://stavba.tzb-info.cz/fasadni-systemy/10409-nova-5paprskova-administrativni-budova-energeticke-firmy-statoil-asa>
- Černá věž (Pražský hrad). In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): WikimediaFoundation, 2016 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Cern%C3%A1\\_v%C4%9B%C5%B5E\\_\(Pra%C5%B5esk%C3%BD\\_hrad\)](https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Cern%C3%A1_v%C4%9B%C5%B5E_(Pra%C5%B5esk%C3%BD_hrad))
- Černá věž. In: *Praha stověžatá: virtuální prohlídka z pražských věží* [online]. Praha: Magistrát hl. m. Prahy & Panoramas s.r.o., 2008 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://stovezata.praha.eu/cerna-vez.html>
- KOZÁK, Petr. *Průniky těles v různých projekcích* [online]. Olomouc, 2010 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://theses.cz/id/kh0fn2/92020-602158321.pdf>. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Katedra algebry a geometrie.
- ČAPKOVÁ, Michala. *Laserové skenování pro potřeby geometrické analýzy žebrové klenby z doby Lucemburků na Staroměstské mostecké věži* [online]. Praha, 2013 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://geo.fsv.cvut.cz/proj/bp/2013/michala-capkova-bp-2013.pdf>. Bakalářská práce. ČVUT, Fakulta stavební, Katedra speciální geodézie.
- Zákonitosti při konstrukci klenebných výběhů u křížové klenby. In: *FA ČVUT v Praze: Ústav památkové péče* [online]. Praha: Ústav památkové péče [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: [http://pamatky-facvut.cz/elektronicka\\_skripta/node/39](http://pamatky-facvut.cz/elektronicka_skripta/node/39)
- Seznam románských rotund v Česku. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): WikimediaFoundation, 2016 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam\\_rom%C3%A1nsk%C3%BDch\\_rotund\\_v\\_%C4%8Cesku](https://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam_rom%C3%A1nsk%C3%BDch_rotund_v_%C4%8Cesku)
- Rotunda. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): WikimediaFoundation, 2015 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Rotunda>

- Rotunda sv. Jiří. In: *ŘÍP* [online]. [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://www.hora-rip.cz/rotunda-sv-jiri.php/>
- Rotunda sv. Jiří a sv. Vojtěcha - Říp. In: *Průvodce po Česku* [online]. Průvodce po Česku, 2008 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://www.pruvodce.com/rip/>
- Rotunda sv. Jiří. In: *Atlas Česka* [online]. Atlas Česka, 2010 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://www.atlasceska.cz/ustecky-kraj/rotunda-sv-jiri/>

## 5.1. Zdroje obrázků:

- *Obr.9* – House of H.P.C. Haan. In: OneHundredHousesforOneHundredEuropeanArchitectsoftheTwentiethCentury[online]. © 2004Knihy Google. [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: [https://books.google.cz/books?id=\\_H5MtRlYcJwC&printsec=frontcover&hl=cs#v=onepage&q&f=false](https://books.google.cz/books?id=_H5MtRlYcJwC&printsec=frontcover&hl=cs#v=onepage&q&f=false)
- *Obr. 10* - 5paprsková administrativní budova. In: *Tzbinfo*[online]. © 2013 Tzbinfo. [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://stavba.tzb-info.cz/fasadni-systemy/10409-nova-5paprskova-administrativni-budova-energeticke-firmy-statoil-asa>
- *Obr. 11* – Půdorys 4. podlaží. In: *Tzbinfo*[online]. © 2013 Tzbinfo. [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://stavba.tzb-info.cz/fasadni-systemy/10409-nova-5paprskova-administrativni-budova-energeticke-firmy-statoil-asa>
- *Obr. 14* – Černá věž z Jiřské ulice. In: *Wikipedia*[online]. © 2007 Wikipedia [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Cern%C3%A1\\_v%C4%9B%C5%BE\\_\(Pra%C5%BESk%C3%BD\\_hrad\)#/media/File:Pra%C5%BESk%C3%BD\\_hrad\\_%C4%8Cern%C3%A1\\_v%C4%9B%C5%BE\\_01.jpg](https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Cern%C3%A1_v%C4%9B%C5%BE_(Pra%C5%BESk%C3%BD_hrad)#/media/File:Pra%C5%BESk%C3%BD_hrad_%C4%8Cern%C3%A1_v%C4%9B%C5%BE_01.jpg)
- *Obr. 25* - Tábor - Kostel Proměnění Páně na hoře Tábor. In: *Wikipedia*[online]. © 2005Wikipedia [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Kostel\\_Prom%C4%9Bn%C3%A1n%C3%A1n%C4%9B\\_na\\_ho%C5%99e\\_T%C3%A1bor#/media/File:T%C3%A1bor-d%C4%9Bkansk%C3%BD\\_kostel.jpg](https://cs.wikipedia.org/wiki/Kostel_Prom%C4%9Bn%C3%A1n%C3%A1n%C4%9B_na_ho%C5%99e_T%C3%A1bor#/media/File:T%C3%A1bor-d%C4%9Bkansk%C3%BD_kostel.jpg)
- *Obr. 26*- Kostel Proměnění Páně na hoře Tábor . In: *Tanias'ssecret*[online]. Tanias'ssecret. [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://www.taniassecret.cz/zlata-koruna-klaster/cisterciacke-klastery/situovani-klasteru-a-goticka-architektura/stavebni-prvky-goticky-katedral/klenba/>

- *Obr. 27* – Hrad Zvíkov. In: *Hrad Zvíkov*[online]. Hrad Zvíkov [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://hradzvikov.info/prohlidkovy-okruh>
- *Obr. 37* - rotunda Sv. Jiří na Řípu. In: *Foto.mapy.cz* [online]. © 2006 Mapy.cz. [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://foto.mapy.cz/26291-rotunda-Sv-Jiri-na-Ripu>