



Středoškolská technika 2017

Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na ČVUT

HISTORICKÝ KATAPULT

Adam Prášek, Libor Hranický

Střední průmyslová škola Ostrava – Vítkovice, příspěvková organizace
Zengrova 1, Ostrava - Vítkovice

Anotace:

Cílem práce bylo navrhnout konstrukci katapultu, jenž musí dostřelit do vzdálenosti minimálně 50 m, a musí být transportovatelný, tedy buď přenosný, nebo pojízdný.

Obsah

1. Úvod.....	3
1.1 Trebuchet – Historické informace	3
2. Technické požadavky.....	3
3. Výpočty.....	3
3.1 Výpočet pevnosti.....	5
3.2 Výpočet pevnosti – Ohyb, krut, smyk.....	5
4. Technické řešení	6
4.1 Výběr materiálu.	6
4.2 Návrh komponentů.....	7
5. Přílohy.....	7

1. Úvod

1.1 Trebuchet – Historické informace

Trebuchet je obléhací zbraň pracující na principu vahadla, nikoliv tedy torzního momentu jako u jiných katapultů. Jde o velký „dalekonosný katapult“ dřevěné konstrukce, určený k likvidaci zejména budov a hradeb, použit jej však lze i k rozbití těsných formací pěchoty.

Trebuchet vrhá i poměrně těžké projektily po balistické křivce. Jako munice se používalo ledacos, kupříkladu kameny (na ničení hradeb a budov) či zápalné projektily jako zapálené balíky slámy máčené v hořlavém oleji na zakládání požárů. Rovněž bylo opakovaně zaznamenáno použití trebuchetů i dalších katapultů v primitivní verzi biologické války, kdy obléhatelé vrhali do obléhaných měst a pevností rozkládající se těla nebo i sudy s fekáliemi, a tak v obležení rozšířili nákazu.

Někteří odborníci se domnívají, že trebuchet byl vynalezen na přelomu starověku a středověku, ale většina zastává názor, že byl vynalezen ve 13. století a byl používán jako jedna z hlavních obléhacích zbraní v pozdním středověku, než je v průběhu 15. století vytlačila obléhací děla. Určitou přechodnou renesanci zaznamenaly při dobývání Střední Ameriky, když je Hernán Cortés použil namísto nedostatkových děl např. při dobývání Tenochtitlánu. Jejich použití však bylo pouze dočasným nouzovým řešením, jakmile byl na kontinent přisunut dostatečný počet děl, byly trebuchety zapomenuty.

V roce 1779 si britské síly bránící obležený Gibraltar vyrobily trebuchet, ale ten patrně do bojů významně nezasáhl.

- Wikipedie, otevřená encyklopedie

2. Technické požadavky

Trebuchet musí mít dostřel minimálně 50 metrů, přičemž vrhá kulaté projektily s průměrem 30 cm a váhou 40 kg, přičemž celá konstrukce musí být transportovatelná – buď rozkládací, nebo pojízdná. Dalším parametrem je použití jen dobových materiálů, přičemž je nutné zohlednit i náročnost na výrobu. Jelikož v bitvě hrozí velké riziko poškození, jen vhodné aby jednotlivé díly katapultu byly takových rozměrů, že je bude možné v případě nutnosti zaměnit, nebo snadnou úpravou modifikovat na požadovanou součástku. Z tohoto důvodu byly zvoleny určité rozměry, které se opakují i tam, kde není nutné využívat takto silné trámy či čepy. Dalším parametrem samozřejmě byla i vyrobitelnost komponentů za použití dobových technologií.

Katapult musí mít určitou spolehlivost a bezpečnost provozu, nicméně je třeba si uvědomit i skutečnost, že na bojišti se na bezpečnost příliš nedbalo, a proto je význam bezpečného provozu spekulativní.

3. Výpočty

Při výpočtu jsem začínal kinematikou soustavy, a až poté se řešily materiály a konstrukce.

Prvním krokem výpočtu bylo určit sílu a rychlost výhozu.

Jestliže zátěž má hmotnost m_z , a rameno délku a , pak točivý moment při úhlu (vůči zemi) ε odpovídá funkci

$$M_k(\varepsilon) = m_z \cdot a \cdot \cos \varepsilon$$

Následně:

$$M_k(\varepsilon) = F(\varepsilon) \cdot l,$$

kde l = délka ramena na straně projektilu

Tedy:

$$m_z \cdot a \cdot \cos \varepsilon = F(\varepsilon) \cdot l \quad \Rightarrow F(\varepsilon) = l^{-1} \cdot m_z \cdot a \cdot \cos \varepsilon$$

Pro výpočet je potřeba mít sílu jako konstantu, tedy:

$$F_s = m_z \cdot (a/l) \cdot (1/\Delta \varepsilon) \cdot \int \cos \varepsilon d\varepsilon,$$

s dolní mezí ε_0 (výchozí), a spodní mezí ε_1

$F = F_s - F_t$, kde F = síla působící na projektil, F_s = střední síla vyvolaná zátěží, F_t = třecí síla (ztráty)

$$F = m_z \cdot (a/l) \cdot (1/\Delta \varepsilon) \cdot \int \cos \varepsilon d\varepsilon - f \cdot m_z \cdot g$$

f = součinitel smykového tření

g = gravitační zrychlení

Rychlost odvodíme z rovnováhy energií

$$E_p = E_k + E_z \quad p - \text{potenciální, } k - \text{kinetická, } z - \text{ztrátová}$$

$$0,5 \cdot m_p \cdot v^2 = m_z \cdot g \cdot \Delta h - F_t \cdot s, \quad s = \text{dráha tření}$$

$$0,5 \cdot m_p \cdot v^2 = m_z \cdot g \cdot \Delta h - m_z \cdot g \cdot f \cdot d \cdot \pi \cdot (\Delta \varepsilon / 360), \quad m_p = \text{hmotnost projektilu,}$$

$$v = [2 \cdot g \cdot (m_z / m_p) \cdot (\Delta h - f \cdot d \cdot \pi \cdot (\Delta \varepsilon / 360))]^{0,5} \quad h = \text{změna výšky závaží}$$

$$\text{Dostřel je pak roven:} \quad d = \text{průměr čepu uložení}$$

$$D = v^2 \sin(2\alpha) / g, \text{ po úpravě}$$

$$D = 2 \cdot g \cdot (m_z / m_p) \cdot (h - f \cdot d \cdot \pi \cdot (\Delta \varepsilon / 360)) \cdot \sin(2\alpha) / g, \text{ tedy} \quad \alpha = \text{vyhazovací úhel}$$

$$D = 2 \cdot (m_z / m_p) \cdot (h - f \cdot d \cdot \pi \cdot (\Delta \varepsilon / 360)) \cdot \sin(2\alpha), \text{ po dosazení}$$

$$D = 2 \cdot (1500/40) \cdot (2,5 - 0,3 \cdot 0,05 \cdot \pi \cdot (120/360)) \cdot \sin(2 \cdot 45)$$

$$D = 2 \cdot 37,5 \cdot (2,5 - 0,005 \cdot \pi)$$

$$D = 179,81 \text{ m}$$

3.1 Výpočet pevnosti

Prvním krokem byl výpočet nosnosti materiálu na 1 mm²

$$Gt = F/s = 0,6R_m \cdot c_{III}/k$$

$$F/1 = 0,6R_m \cdot c_{III}/3k \quad 3k \text{ viz. úvod}$$

$$F = 0,6R_m \cdot c_{III}/3k$$

$$R_m = 80, c_{III} = 0,65, k = 1,2$$

$$F = 0,6 \cdot 80 \cdot 0,65/3,6$$

$$F = 8,666... \text{ N/mm}^2$$

U dřeva počítáme s pevností $R_m = 15$, a dojdeme k výsledku $F = 1,625 \text{ N/mm}^2$

Trám má rozměr 150x150 mm s otvorem 50x150 mm (pohled z boku). Jeho nosnost tedy je:

$$F = 1,625 \cdot (150^2 - 50 \cdot 150)$$

$$F = 1,625 \cdot 15000$$

$$F = 24375 \text{ N}$$

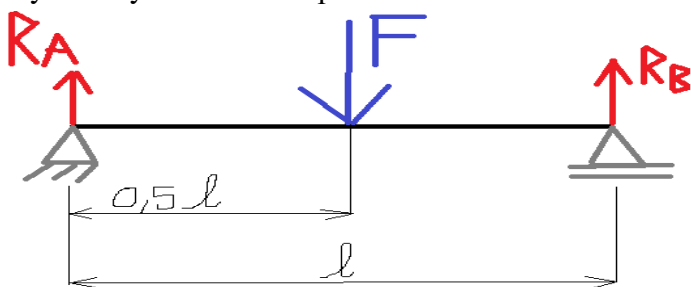
Tato síla odpovídá zátěži 2,43 tuny. Jelikož při provozu katapultu nedochází k prudkým rázům, a závaží má hmotnost 1,5 tuny, můžeme konstatovat, že povolené napětí není nikde překročeno, a tedy všechny trámy 150x150 vyhovují na tlak a tak.

Poznámka: V příhradových konstrukcích se síla rozkládá na složky F_x , F_y , přičemž se k výpočtu využívají funkce sinus a cosinus. Tyto funkce však mají maximální hodnotu $f(x) = 1$, a proto platí $F_{x,y} < F$ (úhel x , pro který platí $f(x) = 1$ nevytvoří příhradovou konstrukci). Na základě tohoto důkazu můžeme říci, že jestli nosník vydrží napětí generované silou F , musí vydržet i její jednotlivé složky.

3.2 Výpočet pevnosti – Ohyb, krut, smyk

V této fázi (ohyb, krut) již nelze využít předchozího postupu, a proto je nutné vybrat nejexponovanější místa, a ty spočítat individuálně

Ohyb a smyk hlavního čepu/hřídele:



$$R_A + F + R_B = 0$$

$$F \cdot 0,5l + R_B \cdot l = 0$$

$$R_A - 15000 + R_B = 0$$

$$-15000 \cdot 0,5 \cdot 1500 + R_B \cdot 1500 = 0$$

$$-15000 \cdot 0,5 \cdot 1500/1500 = -R_B$$

$$15000 \cdot 0,5 \cdot 1500/1500 = R_B$$

$$R_B = 7500 \text{ N}$$

$$RA = -7500 + 15000$$

$$RA = 7500 \text{ N}$$

Poznámka: Vzhledem k tomu, že síla F působí uprostřed nosníku, je jasné, že reakce budou stejné, a to poloviční oproti zatěžující síle.

$$M_o = RA \cdot 0,5 \cdot l$$

$$M_o = 7500 \cdot 0,5 \cdot 1500$$

$$M_o = 5\,625\,000 \text{ Nmm}$$

$$5625000 / 0,1d^3 = 0,6 \cdot 80 \cdot 0,65 / 3,6 \quad / \cdot 0,1d^3$$

$$5625000 = 0,866666666666 \cdot d^3$$

$$d = 6\,490\,384,60,33333333$$

$$d = 186,5 \text{ mm}$$

Průměr čepu výrazně překročil rozměr, jenž je namontován. Z toho důvodu bylo uložení upraveno (rozšířeno o příhradovou konstrukci). Ohyb je tedy nahrazen tahem na nosníky a stříhem na čepy, přičemž obě namáhání dané prvky bezpečně snesou. Ztráty vlivem tření mezi trámy příhradové konstrukce a pohybujícím se vahadlem jsou dle výpočtu 4,13 J. po přepočítání:

$$0,5 \cdot m_p \cdot v^2 = m_z \cdot g \cdot \Delta h - m_z \cdot g \cdot f \cdot d \cdot \pi \cdot (\Delta \varepsilon / 360) - 4,13$$

$$v^2 = (m_z \cdot g \cdot \Delta h - m_z \cdot g \cdot f \cdot d \cdot \pi \cdot (\Delta \varepsilon / 360) - 4,13) / 0,5 \cdot m_p$$

$$v = 17100,5 = 41,3$$

dostřel pak dle vzorce viz. str.:8 činí 174 m, rozdíl je tedy 2,7 procentní zkrácení trajektorie oproti původnímu dostřelu.

4. Technické řešení

Rám trebuchetu tvoří trojúhelníková konstrukce spojená dole trámy, nahoře čepem na uložení vahadla a na konci napínacím mechanismem. Trebuchet samotný stojí na kolech, jenž umožňuje přesun po rovném terénu, ale je i rozkládací, což zajišťuje možnost transportu i po nepevněné ploše. Jako závaží jsou použity ocelové bloky (6x250 kg), které je možné nahradit sítí s kameny. Využití jednoho nebo druhého typu zátěže závisí na tom, zda se katapult bude transportovat na velké vzdálenosti.

4.1 Výběr materiálu.

Jako materiál bylo vybráno dřevo a železo. Výběr byl uzpůsoben materiálům v té době dostupným, a požadavkům na zpracovatelnost. U železa bylo bráno v úvahu, že ve středověku nebyly kováři schopni jej zpracovat tak kvalitně jako slévárny dnes. Tento fakt se promítá v tom, že ve výpočtech není voleno jako bezpečnost k , ale $3k$, přičemž samotná hodnota koeficientu není tímto faktem ovlivněna. Rozměry dílů byly odhadnuty, s tím, že se následně určila nosnost na 1 mm^2 (u tahu, tlaku, smyku), a bylo pouze kontrolováno, zda není toto měrné napětí někde překročeno.

4.2 Návrh komponentů

Nosné trámy jsou zhotoveny s průřezem 150x150 mm. Tato velikost byla zvolena proto, aby bylo možné do nich umístit otvory při hřídele a čepy, a zároveň aby unesly zátěž, jež na ně bude vyvíjena. Jako zátěž byly zvoleny železné ingoty, a to proto, aby bylo možné závaží sestavit na požadovanou hmotnost. Na bojištích s dostatkem vhodného materiálu je taktéž možné využít sít s přírodním závažím, typicky kameny.
Více informací ve výkresové dokumentaci.

5. Přílohy

Výkresová dokumentace
prezentace