

Středoškolská technika 2025

Setkání a prezentace prací středoškolských studentů na ČVUT

Analýza dvoučásticových korelací v simulovaných srážkách jader olova

Kateřina Hermannová

Gymnázium Josefa Božka Frýdecká 689/30, Český Těšín

STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST Obor č. 02 Fyzika

Analýza dvoučásticových korelací v simulovaných srážkách jader olova

Analysis of two-particle correlations in simulated collisions of lead nuclei

Autor: Kateřina Hermannová Škola: Gymnázium Josefa Božka Město: Český Těšín Kraj: Moravskoslezský kraj Konzultant: RNDr. Filip Křížek, Ph.D. Školní rok: 2024/2025

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracovala samostatně a použila jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

V Českém Těšíně dne 10. 03. 2025

Poděkování

Ráda bych poděkovala konzultantovi a vedoucímu mé práce, RNDr. Filipu Křížkovi, Ph.D., z ÚJF AV ČR, za odborné vedení, trpělivost a čas, které mi věnoval během realizace a sepisování této práce. Dále mu děkuji za cenné rady a za komentáře k mému textu.

Anotace

Tato práce se zaměřuje na zajímavý jev, ke kterému dochází ve srážkách ultrarelativistických jader olova. To jsou ty srážky, kde jádra mají v těžišťové soustavě jejich srážky rychlost blízkou rychlosti světla. Srážkou se vytváří malý objem kvarkovéhogluonového plazmatu, jehož vlastnosti zkoumáme pomocí jetů, tedy spršek částic, které pocházejí z vyražených kvarků a gluonů. Tyto jety ztrácí v plazmatu energii. Přesto u párů částic, které pocházejí ze stejného jetu, pozorujeme navýšení jejich výtěžku v porovnání s výtěžkem, který měříme ve srážkach protonů. Ve své práci jsem sestavila jednoduchý Monte Carlo model, pomocí nějž jsem zkoumala, zda může být pozorované navýšení výtěžku ovlivněno pohybem nukleonů v jádře olova.

Klíčová slova

kvarkové–gluonové plazma, srážky těžkých iontů, dvoučásticové korelace, Fermiho pohyb, metoda Monte Carlo.

Annotation

This work focuses on an interesting phenomenon that occurs in collisions of ultrarelativistic lead nuclei. These are collisions where the nuclei have speeds close to the speed of light in the center-of-mass frame of the collision. The collision creates a small volume of quark–gluon plasma, the properties of which are studied using jets, sprays of particles originating from the ejected quarks and gluons. These jets lose energy in the plasma. However, for pairs of particles originating from the same jet, we observe an increase in their yield compared to the yield measured in proton–proton collisions. In my work, I have constructed a simple Monte Carlo model to investigate whether the observed increase in the yield can be influenced by the motion of nucleons in the lead nucleus.

Keywords

quark–gluon plasma, heavy-ion collisions, two-particle correlations, Fermi motion, Monte Carlo method

Úvod

Kvarkové-gluonové plazma

Kvarky a gluony spolu interagují pomocí silné interakce prostřednictvím náboje, kterému se říká barva. Skládají se do hadronů, pro které platí, že se v nich tento barevný náboj neutralizuje. Tato kompenzace barevného náboje ale není stoprocentní, zbytkové působení barevného náboje se projevuje jako síla jaderná, která váže nuklenony v jádře k sobě. Od poloviny 70. let se zabýváme otázkou, za jakých podmínek by mohla existovat hmota tvořená volnými kvarky a gluony [1]. Tato hmota se nazývá kvarkové–gluonové plazma (QGP) [2] a lze se domnívat, že jeho chladnou formu bychom mohli nalézt v jádru neutronových hvězd, případně bychom se s jeho horkou formou setkali v rané fázi vývoje našeho vesmíru asi jednu mikrosekundu po velkém třesku.

Horké kvarkové–gluonové plazma vzniká i při ultrarelativistických srážkách těžkých jader [3]. V těchto procesech je dosažena dostatečně velká teplota, aby došlo k přetavení hadronů ve směs kvarků a gluonů. Takto vytvořené QGP se rozpíná a velice rychle chladne a mění se zpátky na hadrony. Proto jej musíme zkoumat prostřednictvím vhodných sond, např. částic, které s ním interagují. Těmito částicemi jsou kvarky a gluony vznikající v tvrdých procesech. To jsou takové procesy, při nichž došlo u srážek kvarků a/nebo gluonů k přenosu velké hybnosti. Kvarky a gluony po prodělaném rozptylu vytvářejí kolimovanou spršku částic, tzv. jet.



Obr. 1. Vizualizace srážky jader olova na experimentu ATLAS. Pozorujeme pouze jeden jet, druhý byl potlačen tzv. zhášením jetů. Převzato z [4].

U jetů, které prošly skrz QGP pozorujeme tzv. zhášení jetů, viz Obr. 1. Při tomto jevu ztrácí jet část své počáteční energie ve vytvořenému plazmatu a mění se jeho vlastnosti. Účinky QGP na jety lze studovat na statistické bázi pomocí dvoučásticových korelací.

Dvoučásticové korelace

Před popisem dvoučásticových korelací by bylo vhodné zavést systém souřadnic, který budeme používat. Systém je znázorněn na Obr. 2. Soustava je pravotočivá a osa z je osou svazku. Metoda dvoučásticových korelací vybírá v produktech srážky čás-



Obr. 2. Souřadnicový systém používaný v částicové fyzice. Azimutální úhel je zde označen jako ϕ , příčná hybnost jako $p_{\rm T}$. Převzato z [5].

tice označované jako trigger a asociované částice. U triggeru a asociovaných částic klademe omezení na velikost jejich příčné hybnosti tak, aby spadly do nějakých předem zvolených intervalů. Příčnou hybností zde rozumíme složku hybnosti částice kolmou na osu svazku, viz Obr. 2. Pokud chceme studovat jety, měla by být příčná hybnost dostatečně veliká, typicky několik GeV/c. U triggeru se požaduje obvykle vyšší příčná hybnost než u asociované částice. Následně tvoříme z částic v dané srážce všechny možné páry trigger–asociovaná částice a plníme histogram rozdílem jejich azimutálních úhlů

$$\Delta \phi = \phi_{\rm assoc} - \phi_{\rm trig},\tag{1}$$

kde $\phi_{\rm assoc}$
a $\phi_{\rm trig}$ označují azimutální úhly asociované částice a triggeru, které j
sou měřeny v rovině kolmé na osu svazku.

Rozdělení veličiny $\Delta \phi$ pro páry trigger–asociovaná částice produkované ve vysokoenergetický proton–protonových srážkách vykazuje dvě význačné stuktury, viz černý histogram v Obr. 3. První strukturou je tzv. near side pík, který se nalézá kolem $\Delta \phi = 0$ rad. Přispívají do něj páry, kde trigger i asociovaná částice jsou ze stejného jetu. Druhou strukturou je tzv. away side pík. Nalezneme jej kolem $\Delta \phi = \pi$ rad. Do něj přispívají páry, kde trigger a asociovaná částice jsou z jiných jetů, nicméně oba jety pocházejí ze stejného počátečního rozptylu. Fakt, že je tento druhý pík okolo $\Delta \phi = \pi$ rad, je důsledkem zákona zachování hybnosti. Před srážkou protony žádnou příčnou hybnost nenesou, zatímco po srážce, kde vzniká jet v příčném směru, musí být jeho hybnost balancována v protilehlém směru jiným jetem. Pod píky se nachází



Obr. 3. Rozdělení azimutálního úhlu mezi trigerem a asociovanou částicí změřené experimentem STAR [6]. Černý histogram odpovídá datům změřeným ve srážkách proton-proton, červený histogram představuje data ze srážek deuteronu se zlatem a modrý histogram znázorňuje rozdělení měřené ve srážkách zlata při těžišťové energii 200 GeV na jeden srážející se nukleon-nukleonový pár. Převzato z [6].

pozadí, které je potřeba před další analýzou odečíst. U proton–protonových srážek se předpokládá, že je ploché. Celé rozdělení je normováno na jeden trigger z toho důvodu, abychom mohli porovnávat výsledky z měření s různými počátečními počty srážek. Plocha píků po odečtení pozadí tak udává výtěžek korelovaných asociovaných částic na jeden trigger.

U proton-protonové srážky vznik kvarkového-gluonového plazmatu není doložen, ovšem u jádro-jaderné srážky bude jeho přítomnost ovlivňovat výtěžek částic pocházejících z jetů, viz potlačený away side pík, který pozoroval ve srážkách jader zlata experiment STAR na Obr. 3. Naproti tomu tento experiment nepozoroval, že by k potlačení away side píku docházelo ve srážkách deuteronu s jádrem zlata. Z toho bylo vyvozeno, že interakce jetu s obyčejnou jadernou hmotou podobně silné potlačení nezpůsobuje.

Pro stanovení změny výtěžku asociovaných částic v jádro-jaderné srážce vzhledem k proton-protonové srážce byla proto zavedena veličina označovaná I_{AA} , která poměr výtěžku v near side či away side peaku v jádro-jaderné (Y_{AA}) a proton-protonové (Y_{pp}) srážce po odečtení pozadí

$$I_{AA} = \frac{Y_{AA}}{Y_{pp}}.$$
(2)



Obr. 4. Veličina I_{AA} změřená experimentem ALICE ve srážkách jader olova v závislosti na příčné hybnosti asociované částice. Jádra olova se srážela při těžišťové energii 2760 GeV na jeden srážející se nukleon–nukleonový pár. Měření získaná z čelních srážek (0– 5% Pb–Pb/pp) jsou označna šedě. Meření z periferálních srážek (60–90% Pb–Pb/pp) jsou vyznačena červenými body. Různými tvary bodů jsou prezentovány výsledky obdržené s použitím různých metod odečtu pozadí. Zde zmíníme metodu, která uvažuje ploché pozadí (čtverce), a metodu, která zohledňuje modulaci pozadí kolektivním tokem (diamanty). Levý panel ukazuje I_{AA} změřené pro near side pík a pravý panel I_{AA} získané pro away side pík. Obrázek byl převzat z [7].

Pokud srovnáme výtěžky doučásticových korelací měřených ve srážkách olovo– olovo a srážkách proton–proton, viz Obr. 4, pozorujeme dva zajímavé jevy:

- 1. Potlačení produkce párů u protilehlých konfigurací. To je vidět na pravém panelu v Obr. 4. Toto potlačení je způsobeno zhášením jetů při průchodu kvarkovým–gluonovým plazmatem. Ze simulací víme, že jet, ze kterého pochází trigger částice, je orientován tak, že v plazmatu urazí v průměru kratší dráhu, než protilehlý jet, a je tak v průměru méně postižen zhášením jetu [9]. K tomuto jevu vlastně přispívá náš výběr, kdy u triggeru požadujeme vyšší příčnou hybnost než u částice asociované. Jet, v němž se nalézá částice trigger, musí být v průměru blíže povrchu vytvořené QGP, aby neztratil příliš mnoho energie. Protilehlý jet pak prochází v QGP v průměru delší dráhu a tedy ztratí více energie. Šedé body na obrázku znázorňují data z centrálních srážek olovo–olovo, kdy se jádra srazila čelně, tj. kolmá vzdálenost středů jader byla malá. V této konfiguraci vzniká velký objem QGP a pozorujeme silné potlačení výtěžku párů. Naproti tomu červené body ukazují podíl I_{AA} získaný z periferálních srážek, kdy o sebe jádra pouze škrtla povrchem. V takovém případě se produkuje malý objem plazmatu a potlačení je malé.
- 2. Navýšení produkce párů částic z jednoho jetu, tedy navýšení výtěžku v near side píku. Tento efekt je vidět na levém panelu v Obr. 4. Pro periferální srážky (červené body) opět vidíme, že je podíl I_{AA} kolem jedničky, což nám říká, že výtěžek není ovlivněn. Co je překvapivé jsou data z centrálních srážek (šedé body), které ukazují hodnoty I_{AA} větší než jedna. Zde tedy místo očekávaného potlačení pozorujeme nárůst výtěžku. Tento jev ještě není pochopen [7].

V mé práci jsem se zabývala konstrukcí jednoduchého modelu, který měl zjistit, do jaké míry by se dalo pozorované navýšení výtěžku v near side píku vysvětlit pohybem nukleonů v jádře. Tento pohyb vzniká v důsledku kvantové mechaniky. Nukleony jsou fermiony, tedy částice s poločíselným spinem. Proto žádné dva protony a žádné dva neutrony nemohou být ve stejném stavu, a v jádře proto obsazují různé energetické hladiny, podobně jako elektrony v atomovém obalu. Vedoucím práce byla vyslovena hypotéza, že pohyb nukleonů v jádře zapříčiní, že těžišťové soustavy jednotlivých nukleon–nukleonových srážek, ke kterým dochází v jádro–jaderné srážce, se budou vůči težišťové soustavě systému jádro–jádro pohybovat. Tento dodatečný pohyb se bude skládat s hybnostním rozložením produktů nukleon–nukleonových srážek a bude měnit výtěžky částic v daném intervalu příčné hybnosti.

K otestování této hypotézy jsem tedy sestavila jednoduchý model, založený na metodě Monte Carlo, který využívá známé vlastnosti jader. Simulovaný model sestává z následujících kroků

- 1. generování dvou jáder olova s realistickým rozložením nukleonů,
- 2. generování náhodné příčné vzdálenosti mezi středy obou nalétávajích jader,
- 3. určení kolik nukleonů vzájemně interagovalo,
- 4. zkoumání vlivu pohybu nukleon–nukleonových těžišťových systémů na produkovaná spektra.

V následujících kapitolách výše zmíněné kroky podrobně vysvětlím. V práci budu používat jednotky obvyklé pro jadernou fyziku. Rozměry jader budou udávány ve femtometrech (fm), kde 1 fm = 10^{-15} m, energie v Gigaelektronvoltech (GeV), kde 1 GeV = 10^9 eV = $1.602 \cdot 10^{-10}$ J. Hybnosti budou udávány v MeV/c nebo GeV/c, kde c je rychlost světla ve vakuu.

Vlastnosti jader

Nejprve bylo nutné nasimulovat realistické rozložení nukleonů v jádře. K tomu jsme využili následujících známých vlastností jader, které najdeme např. v [11].

Poloměr jádra

Jádra se skládají z protonů a neutronů, které souhrně nazýváme nukleony a jejich počet označujeme A. Z experimentálních měření bylo určeno, ze střední poloměr jádra lze vyjádřit násleujícím vzorcem:

$$R = R_0 \cdot A^{1/3}, \tag{3}$$

kde R_0 je konstanta rovna přibližně 1.25 fm a A je hmotnostní číslo atomu, tedy počet nukleonů v jádře. Pro jádro olova, které má hmotnostní číslo 208, tak vychází hodnota jeho poloměru přibližně 7.6 fm.

Jádro olova je sféricky symetrické, je to dáno tím, že je tzv. dvojnásobně magické. Tuto vlastnost mají jádra, která mají zaplněné neutronové a protonové slupky [15]. Jedná se o obdobu zaplněných slupek v elektronovém obalu.

Hustota jádra

Pro rozložení protonů a neutronů v jádře v závislosti na vzdálenosti od středu jádra hrají důležitou roli vlastnosti silné jaderné síly. Z hlediska jaderné síly jsou protony a neutrony velmi podobné částice, označujeme je souhrnně jako nukleony. Elektrostatické odpuzování mezi protony hraje v jádře podružnou roli. Pokud bychom měřili sílu mezi dvěma nukleony v závislosti na jejich vzdálenosti, zjistíme, že jaderná síla mezi dvěma nukleony je na krátkých vzdálenostech pod cca 0.7 fm silně odpudivá, naproti tomu na vzdálenostech nad cca 1 fm má přitažlivý charakter, viz Obr. 5.

Díky tomuto průběhu se v centrální oblasti jádra ustálí přibližně konstantní hustota, která pak v povrchové oblasti klesá. K popisu tvaru rozdělení hustoty se používá Woods-Saxonovo rozdělení, které je popsáno vzorcem:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}},\tag{4}$$

kde ρ_0 je centrální hustota jádra, r je vzdálenost od středu jádra, R je střední poloměr jádra daný vzorcem (3) a a je difuzní délka, která parametrizuje šířku přechodové oblasti na okraji jádra, kde dochází k poklesu hustoty na nulu. Hodnoty používané pro olovo jsou a = 0.55 fm a hodnota ρ_0 se pohybuje mezi 0.06–0.083 fm⁻³ [17]. O rozložení protonů v jádře napovídá rozložení hustoty elektrického náboje, viz Obr. 6. S ohledem na podobnost protonu a neutronu z hlediska jaderných sil se předpokládá, že bychom pro neutrony pozorovali podobný průběh jejich hustoty.

Hybnost nukleonů v jádře

Nukleony obsazují v jádře různé energetické hladiny, kterým lze přisoudit hybnost. V této práci budeme používat hybnosti nukleonů, které byly spočteny pro jednočásticové hladiny dr. Petrem Veselým z ÚJF AV ČR [12, 13]. Tabulka hybností nukleonů v jádře olova 208 je na Obr. 7.



Obr. 5. Vyobrazení působení síly mezi dvěma nukleony v závislosti na jejich vzdálenosti. Převzato z [14].



Obr. 6. Vlevo: Vyobrazení hustoty elektrického náboje v jádrech různých prvků. Elektrický náboj vlastně reprezentuje rozložení protonů. Převzato z [10]. Vpravo: Vyobrazení normovaného Woods–Saxonova rozdělení pro jádro olova 208.

počet protonů (celkem 82)	hybnost protonů [MeV/c]	počet neutronů (celkem 126)	hybnost neutronů [MeV/c]
2	75.4	2	80.9
4	107.8	4	113.8
2	108.9	2	114.4
6	136.8	6	143.3
4	139.0	4	145.0
2	147.6	2	154.3
8	162.8	8	169.8
6	166.1	6	173.0
4	173.2	4	181.2
2	174.1	2	182.5
10	186.3	10	193.5
8	190.5	8	198.4
6	193.3	6	202.3
4	194.0	4	204.2
2	193.7	2	203.9
12	206.9	12	214.6
		10	220.8
		8	217.4
		4	213.7
		6	217.7
		2	212.2
		14	232.3

Obr. 7. Tabulka hybností nukleonů v jádře, hodnoty jsou pro lepší přehlednost zaokrouhleny na jedno desetinné místo [13].

Generování jader

Nejprve bylo potřeba nagenerovat realistické rozložení poloh nukleonů v jádře olova $^{208}\mathrm{Pb}$. Takto vytvořená jádra olova budeme v následujícím kroku srážet. U generovaných jader chceme zohlednit následující vlastnosti:

- rozložení 208 nukleonů je náhodné, ale v průměru sféricky symetrické,
- rozložení hustoty v závislosti na vzdálenosti od středu je popsáno Woods– Saxonovým rozdělením,
- žádné dva nukleony nemohou být v těsné blízkosti kvůli silnému odpuzování jaderné síly na krátkých vzdálenostech.

V průměru sférického rozložení nukleonů v jádře lze docílit následujícím postupem, který je založen na matematické metodě Monte Carlo. Využijeme při tom funkce, které nám poskytuje programový balík ROOT [16] vyvinutý v CERNu pro potřeby analýzy dat v experimentech částicové fyziky. Budeme generovat rovnoměrné rozložení souřadnic x, y, z v krychli o délce hrany 2h. Délka hrany krychle musí být volena dostatečně veliká tak, aby byla pokryta i povrchová oblast jádra, kde počet nukleonů klesá plynule k nule. V mém případě jsem zvolila $h = 1, 4 \times R$, kde R je střední poloměr jádra spočtený z (3). Pravděpodobnost výskytu nukleonu dále než $1, 4 \times R$ od středu je zanedbatelná, tedy se větší rozměry nevyplatí generovat. Souřadnice x, y,z generujeme z rovnoměrného rozdělení na intervalu (-h, h). Rovnoměrně rozložené body uvnitř koule o poloměru h, následně vybereme podmínkou

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} < h. \tag{5}$$

Ostatní body ignorujeme.

Dále jsem musela zajistit, aby hustota nukleonů v jádře v závislosti na poloměru následovala Woods–Saxonovo rozložení. Chceme tedy ponechat všechny polohy (x, y, z), které byly generovány blízko středu koule a naopak vyloučit převážnou část bodů, které jsou na jejím okraji. Nejprve si tedy upravíme funkci (4) tak, aby nabývala hodnot mezi nulou a jednou. Všimněme si, že ve středu jádra pro r = 0 dává (4) hodnotu

$$\rho(0) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{-R}{a}}}.$$
(6)

Touto hodnotou tedy musíme (4) podělit, čímž získáme

$$P(r) = \frac{\rho(r)}{\rho(0)} = \frac{1 + e^{\frac{-R}{a}}}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}.$$
(7)

Pro námi generované body je $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Pro každý bod (x, y, z) nyní budeme generovat z rovnoměrného rozdělení na intervalu (0, 1) číslo. Pokud bude toto číslo větší než příslušná hodnota P(r), bod ignorujeme a přistoupíme ke generování nového bodu.

Z bodů, které nebyly vyřazeny předchozími podmínkami, si vyrábím pole. Při přidávání nového bodu do tohoto pole požaduji, aby žádné dva nukleony nebyly blízko sebe. Označím-li existující nukleon v poli indexem i a přidávaný nukleon indexem j, pak pro jejich vzálenost musí platit

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} > d,$$
(8)
13

kde d jsem zvolila 0,5 fm. Pokud nový nukleon této podmínce vyhoví, je přidán ke stávajícím nukleonům v poli. Tento proces se celý opakuje do doby, než je počet nukleonů roven 208.

Na Obr. 8 je znázorněn pro ilustraci příklad nagenerovaného jádra olova 208. Černými body jsou vyznačeny středy nukleonů. Velikost černého bodu nereprezentuje velikost nukleonu. Tu nastavíme až v dalším kroku.



Obr. 8. Vyobrazení vygenerovaného jádra vykresleného pomocí knihovny TGraph2D z ROOTu. Černé body označují polohy nukleonů. Velikost bodu neudává uvažovaný rozměr nukleonu.

Parametry jádro-jaderné srážky

Při simulaci jádro-jaderné srážky se musí vzít v potaz následující parametry:

- impaktní parametr,
- účinný průřez neelastické nukleon–nukleonové srážky.

Impaktní parametr

Impaktním parametrem označujeme vektor mezi středy dvou jader směřující v příčném směru na směr jejich vzájemného pohybu v těžišťové soustavě, viz Obr. 9. Vektor impaktního parametru označíme \vec{b} a jeho složky (b_x, b_y, b_z) . Orientace a ve-



Obr. 9. Vyobrazení dvou jader nalétávajících na sebe při srážce, impaktní parametr je značen písmenem b.

likost \vec{b} jsou náhodné. V našem případě jsme vektor generovali jako vektor v rovině xy, tj. $b_z = 0$. Velikosti složek b_x a b_y byly náhodně generovány z rovnoměrného rozdělení, jehož rozsah byl zvolen tak, aby pokryl všechny možné možnosti, kdy se spolu mohou nukleony z prvního jádra srazit s nukleony z druhého jádra. Vzhledem k neostré hraně jader je tedy třeba volit maximální rozsah rozdělení o něco větší, než je prostý součet vzdáleností dvou poloměrů. V našem případě jsem tedy volila jako maximální rozsah

$$r_{\max} = 1, 4 \times (R+R), \tag{9}$$

kde R označuje poloměr jádra olova 208 spočítaný z (3). Složky b_x a b_y tedy byly generovány z intervalu ($-r_{\max}, r_{\max}$). Opět se nevyplatí uvažovat větší hodnoty r_{\max} , protože bychom dostali konfigurace, kde by se žádné dva nukleony nepotkaly, a Monte Carlo simulace by byla méně efektivní.

První jádro jsem ponechala se souřadnicemi všech nukleonů nezměněnými, u druhého jádra jsem polohy všech nukleonů posunula o \vec{b} a budu tato jádra uvažovat jako letící proti sobě podél osy z.

Účinný průřez

Nyní zformulujme podmínku, kdy prohlásíme, že spolu dva nukleony interagovaly. Vyjdeme přitom z hodnoty účinného průřezu neelastické proton–protonové srážky při těžišťové energii 2.76 TeV, který změřil experiment ALICE a který byl 64 mb (milibarn) [8]. Neelastickou srážkou se rozumí srážka, kde se část energie přemění na jinou formu – např. nové částice. Jako účinný průřez neelastické proton–protonové srážky označujeme velikost plochy, do které se musíme trefit nalétávajícím protonem, aby došlo k interakci, při níž se produkují nové částice. Tuto plochu obecně spočteme jako:

$$\sigma = \frac{Q}{N \cdot F},\tag{10}$$

kde Q je počet proton–protonových srážek, kdy vznikly nové částice, N počet terčových protonů a F je počet dopadlých protonů na cm². Účinný průřez má tedy rozměr plochy. V jaderné fyzice se pro účinný průřez používá veličina barn, přičemž mezi jednotkami cm² a barn platí vztah 1 b = 10^{-24} cm². Dále se bude hodit i převod mezi mb (tj. milibarn) a fm², jelikož rozměry jader jsou ve fm a změřený účinný průřez je v mb. Zde platí vztah

$$1 \text{ mb} = 0.1 \text{ fm}^2$$
.

Ze známého účinného průřezu nepružné proton–protonové srážky nyní můžeme vypočítat, jak mohou být obě částice od sebe v příčném směru maximálně vzdáleny, aby spolu ještě interagovaly. Tuto vzdálenost označme r_{\perp} . Vyjdeme-li z představy, že účinný průřez reprezentuje kruhovou plochu, pak můžeme napsat

$$\sigma = \pi r_{\perp}^2. \tag{11}$$

Odkud můžeme vyjádřit r_{\perp} . Pokud se za účinný průřez dosazuje v [mb] a r_{\perp} má vyjít v [fm], je třeba vzít ještě v potaz výše zmíněný numerický faktor:

$$r_{\perp}[\text{fm}] = \sqrt{\frac{\sigma[\text{mb}] \cdot 0.1}{\pi}}.$$
(12)

V naší simulaci tedy budeme procházet přes všechny dvojice "nukleon z prvního jádra – nukleon z druhého jádra" a budeme zjišťovat, zda jejich příčná vzdálenost je menší než r_{\perp} . Pokud takový případ nastane, označíme si tento pár jako účastníky srážky. Když dojde ke srážce, nukleony jádra se chovají buď jako tzv. účastníci nebo diváci. Účastník přímo interaguje s nukleony z druhého jádra, zatímco diváci se od zbytku jádra odtrhnou a setrvačností letí dále ve směru původního letu. Účastníky a diváky ve srážce ilustruje Obr. 10.



Obr. 10. Ilustrace jádro-jaderné srážky. Vektory rychlosti jader jsou kolmé k ploše stránky. Žlutě jsou vyznačeni účastníci srážky, modře a červeně diváci. Velikost nukleonu je volena tak, aby byla rovna $r_{\perp}/2$, tedy jako polovina maximální vzdálenosti mezi středy nukleonů, kdy mezi nukleony ještě dochází k neelastické interakci. Obrázek jsem vykreslila v prostředí ROOT na základě jedné náhodně zvolené srážky ze své Monte Carlo simulace.

Pokud jsme nalezli v jádro-jaderné srážce alespoň jeden takový pár, plníme si rozdělení impaktního parametru, viz Obr. 11. Zárověn počítáme počet nukleonnukleonových srážek a počet účastníků, viz Obr. 12 a 13. Pracujeme v aproximaci, že po nukleon-nukleonové srážce se vlastnosti nukleonů nemění. Ty pokračují dál stejným směrem a nemění se ani účinný průřez pro jejich interakci.

Vzhledem k podobnosti protonu a neutronu z hlediska jaderné síly budeme předpokládat, že každou srážku nukleon–nukleon můžeme ekvivalentně nahradit srážkou proton–proton. Tyto případy proton–protonových srážek při dané těžišťové energii pak budeme simulovat pomocí Monte Carlo generátoru PYTHIA [18].

PYTHIA je Monte Carlo generátor pro vysokoenergetické srážky mezi protony, neutrony, elektrony a těžkými jádry. Tyto interkace popisuje pomocí modelování řady fyzikálnách procesů včetně tvrdých a měkkých interakcí, počátečních partonových rozdělení, partonové spršky v počátečním a koncovém stavu, vícenásobných partonových interakcí, tvorby hadronů a jejich rozpad. Pomocí tohoto generátoru jsem simulovala částice, které vylétávaly z jednotlivých nukleon–nukleonových interakcí, k nimž ve srážce dvou jader olova došlo. Srážka jader olova je tak v našem přiblížení popsána jako součet odpovídajícího počtu nezávislých proton–protonových interakcí.



Obr. 11. Nasimulované rozdělení impaktního parametru ve srážkách jader olova 208.



Obr. 12. Nasimulované rozložení počtu jádro–jaderných srážek (osa z) v závislosti na impaktním parametru (osa x) a počtu nukleon–nukleonových srážek (osa y), ke kterým po čas jádro–jaderné srážky došlo.

Zastavme se ještě u Obr. 11. Malý impaktní parametr značí centrální srážku, velký srážku periferální. Malý počet centrálních srážek s malým impaktním parametrem je dán tím, že obsah mezikruží o poloměru b, které má infinitesimální tloušťku db, je menší, než u srážek periferálních, viz Obr. 14. Plocha tohoto mezikruží je rovna $2\pi \cdot b \cdot db$, tedy roste přímo úměrně s velikostí impaktního parametru. Velikost této plochy je také úměrná počtu geometrických konfigurací, kdy se jádra sráží s daným impaktním parametrem. Naopak rozdělení impaktního parametu strmě padá pro velká b. To je dáno tím, že při b kolem $2 \cdot R$ se jádra srazí svými okraji, kde je hustota nižší než v centrální oblasti. Nemusí tedy dojít k žádné nukleon–nukleonové srážec.



Obr. 13. Nasimulované rozložení počtu účastníků jádro-jaderné srážky (osa z) v závislosti na impaktním parametru (osa x) a počtu nukleon-nukleonových srážek (osa y), ke kterým po čas jádro-jaderné srážky došlo.



Obr. 14. Ilustrace jádro–jaderné srážky. Vlevo je příklad centrální srážky, vpravo srážky periferální. Písmenem b a šipkou je vyznačen impaktní parametr a jako db je značena šířka mezikruží.

Na Obr. 12 vidíme rozdělení počtu jádro–jaderných srážek v závislosti na impaktním parametru a počtu nukleon–nukleonových srážek, k nimž došlo. Z grafu vyplývá, že centrální srážky se dějí sporadicky, avšak dochází při nich k velkému počtu nukleon– nukleonových srážek, které povedou k velké produkci nových částic. Periferální srážky se dějí častěji, ale počet srážejících se nukleonů je malý, a tedy i výsledný počet produkovaných částic bude malý. Tuto skutečnost ilustruje Obr. 13.

Nyní zanalyzuji dvoučásticové korelace v případě proton–protonových srážek, pak se budu zabývat případem, kdy se nukleony v jádře nepohybují. Poté jim přiřadím hodnoty hybnosti z tabulky na Obr. 7 a výsledky srovnám.

Simulace proton–protonových a jádro–jaderných srážek se statickými nukleony

Nejprve se podíváme, jak by na základě dat z generátoru PYTHIA vypadala analýza dvoučásticových korelací pro případ proton–protonové srážky. V PYTHIA jsem nastavila velikost težišťové energie srážky na 2760 GeV. PYTHIA běží v módu, kdy nejsou kladeny žádná dodatečná omezení na kinematiku srážky.

V cyklu přes jednotlivé částice vybírám částice, které jsou nabité a které mají dobu života delší než 1 cm/c. Dále požaduji, aby měly polární úhel v rozmezí ±45 stupňů vzhledem k rovině kolmé na osu svazku. Tento úhel je dán omezením experimentu ALICE, který nedetekuje částice přilétající do detektoru pod větším úhlem. Mezi těmito částicemi hledám trigger částice, které splňují podmínku na velikost příčné hybnosti z intervalu 4–8 GeV/c. Dále mezi nimi hledám asociované částice, které mají příčnou hybnost v rozmezí 1–2 GeV/c. Pokud jsem nalezla trigger plním si histogram s počtem triggerů. Poté vytvářím všechny možné páry trigger–asociovaná částice, ze vztahu (1) určím rozdíl jejich azimutálních úhlů ($\Delta \phi$) a plním histogram.



Obr. 15. Nasimulovaný histogram rozložení azimutálního úhlu mezi triggerem a asociovanou částicí pro proton–protonovu srážku. Odečítané pozadí je znázorněno modrou přerušovanou čarou. U bodů jsou uvedeny statistické chyby. Chyby se počítají jako odmocnina z počtu párů v daném binu, přičemž ta odmocnina je následně vydělena počtem triggerů.

Výsledné rozdělení úhlů $\Delta \phi$ normuji na jeden trigger. To je děláno proto, abych později mohla srovnat data pro různou statistiku počátečních případů. Na histogramu je patrné pozadí, které je potřeba odečíst. Toto pozadí vzniká, protože při srážce probíhá spousta jiných procesů, které jsou na daném procesu, kde vzniká vybraný trigger, nezávislé. Jedná se o procesy, kdy například došlo k několika nezávislým tvrdým interakcím v rámci jedné proton–protonové srážky. O pozadí se předpokládá, že je ploché. Abych toto pozadí odečetla, našla jsem v datech na Obr. 15 minimum a jeho hodnotu jsem od všech hodnot odečetla. Výsledkem je Obr. 16.



Obr. 16. Nasimulovaný histogram rozložení azimutálního úhlu mezi triggerem a asociovanou částicí pro proton–protonovu srážku po odečtení pozadí.

Dále je třeba určit plochu near side píku, tedy počet asociovaných částic na jeden trigger, pro výpočet jmenovatele veličiny I_{AA} . Za tímto účelem vysčítáme všechny biny v intervalu $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ rad. Získaný výtěžek je roven (0.7097 ± 0.0021). U výtěžku je uvedena statistická chyba, kterou spočteme jako odmocninu ze součtu kvadrátů chyb ve všech binech.

Stejně jsem postupovala i v případě jádro-jaderné srážky, kde jsem uvažovala statické nukleony v jádře, tedy nalezla jsem trigger a asociované částice a rozdílem jejich azimutálních úhlů naplnila histogram. V tomto případě pozorujeme výrazně větší nekorelované pozadí, viz Obr. 17. V námi simulované jádro-jaderné srážce je totiž každý proces produkující trigger doprovázen také jinými nezávislými nukleonnukleonovými srážkami. Pro daný počet nukleon-nukleonových srážek, který jsme pro daný impaktní parametr napočetli, jsme simulovali stejný počet nezávislých protonprotonových srážek v PYTHIA. Analýza dvoučásticových korelací pak byla dělána na souboru všech takto nasimulovaných částic. Pozadí odečteme obdobně jako u proton-protonové srážky a nalezneme i výtěžek near side píku, který je roven $(0.7139 \pm$ 0.0034), kde uvedená chyba je statistická. Namalujeme si překrytí obou histogramů po odečtení pozadí a pohledem se zdají býti totožné, viz Obr. 19. Také oba výtěžky jsou v rámci svých statistických chyb srovnatelné. Skutečnost ověříme výpočtem veličiny I_{AA} podle vzorce (2). Pozorujeme, že I_{AA} je (1.0059 ± 0.0056), tedy kompatibilní s jedničkou. Je to logické, protože v simulaci uvažujeme každou nukleon–nukleonovou srážku jako samostatnou proton-protonovou srážku.

V následující kapitole dále provedeme změnu v simulaci a nukleonům přiřadíme hodnoty hybnosti z tabulky na Obr. 7.



Obr. 17. Nasimulovaný histogram rozložení azimutálního úhlu páru trigger a asociovaná částice pro jádro–jadernou srážku. Odečítané pozadí je zakresleno modrou přerušovanou čarou.



Obr. 18. Nasimulovaný histogram rozložení azimutálního úhlu páru trigger a asociovaná částice pro jádro–jadernou srážku po odečtení pozadí.



Obr. 19. Srovnání histogramů rozložení azimutálního úhlu proton–protonové a jádro– jaderné srážky po odečtení pozadí.

Simulace jádro-jaderných srážek s pohyblivými nukleony

Nyní nukleonům dodám hybnost z tabulky na Obr. 7. Směr hybnosti je volen náhodně. Při generování náhodného směru postupuji podobně jako při generování náhodných poloh. Z rovnoměrného rozdělení bodů uvniř koule získám náhodný vektor. Tento vektor nanormuji na velikost jedna a přenásobím ho hodnotou z pole hybností. Následně každému nukleonu přiřadím čtyřhybnost $(E/c, p_x, p_y, p_z)$, kde E označuje energii a p_x, p_y, p_z jsou složky vektoru hybnosti nukleonu. Energie je spočtena podle vztahu

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4},$$
 (13)

kde p je velikost vektoru hybnosti a m je hmotnost nukleonu. Pro prvních 82 nukleonů jsem uvažovala hmotnost protonu, pro ostatních 126 hmotnost neutronu.

Tím, že mají nukleony ve srážejících se jádrech nyní také hybnost, budou se těžišťová soustava jádro–jaderné srážky a těžišťové soustavy jednotlivých nukleon– nukleonových srážek lišit. Je tedy potřeba určit vektor rychlosti, s níž se budou težišťové soustavy dvojic nukleonů pohybovat v těžišťové soustavě jádro–jaderné srážky. K tomu je potřeba provést tyto kroky:

1. Ctyřhybnosti jednotlivých nukleonů $(E/c, p_x, p_y, p_z)$ v soustavě spojené s jádrem musím nejprve trasformovat Lorentzovou transformací do těžišťové soustavy jádro-jaderné srážky, kde se jádra pohybují vůči těžišťi rychlostmi $\vec{\beta_J} = (0, 0, \pm \beta_J)$, kde β_J označuje velikost bezrozměrné rychlosti vyjádřené násobkem rychlosti světla c, tedy $\beta_J = \frac{v_J}{c}$, kde v_J je rychlost jádra. Velikost β_J určíme ze zadané těžišťové energie jádro-jaderné srážky. Ta je vyjádřena pomocí těžišťové energie, kterou má každý srážející se nukleon-nukleonový pár $\sqrt{s_{\rm NN}} = 2.76$ TeV. Nalétávající nukleony mají tedy poloviční energii $\frac{\sqrt{s_{\rm NN}}}{2} = 1.38$ TeV. Této energii odpovídá Lorentzův gama faktor

$$\gamma_{\rm J} = \frac{\sqrt{s_{\rm NN}}}{2mc^2},$$

kde m je klidová hmotnost nukleonu. Pro proton o hmotnosti 0.938 GeV/ c^2 dostáváme $\gamma_J \doteq 1471$. Odtud pak určíme β_J jako

$$\beta_{\rm J} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_{\rm J}^2}}$$

Lorentzovu transformaci čtyř
hybnosti do soustavy, v níž se jádro pohybuje rychlost
í $\pm\beta_{\rm J}$ podél osyz,lze v maticovém zápisu zap
sat jako

$$\begin{bmatrix} E'/c\\ p'_x\\ p'_y\\ p'_z\\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_J & 0 & 0 & \pm \gamma_J \beta_J\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \pm \gamma_J \beta & 0 & 0 & \gamma_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E/c\\ p_x\\ p_y\\ p_z\\ p_z \end{bmatrix}.$$
 (14)

V ROOTu lze čtyřhybnosti reprezentovat objektem TLorentzVector, který má metodu Boost, pomocí níž můžeme danou čtyřhybnost transformovat Lorentzovou transformací, zadáme-li vektor rychlosti.

2. Když určíme, že se nějaké dva nukleony srazily, musíme určit vektor rychlosti jejich těžiště. Rychlost těžistě vyjádříme opět pomocí bezrozměrné rychlosti $\vec{\beta}$

a spočteme jí podle vztahu

$$\vec{\beta} = c \frac{\vec{p}_1' + \vec{p}_2'}{E_1' + E_2'},\tag{15}$$

kde $\vec{p'_1}$ a $\vec{p'_2}$ jsou vektory hybnosti nukleonů a E'_1 a E'_2 jsou energie nukleonů vzhledem k těžišťové soustavě jádro–jádro.

3. Vzhledem k tomu, že nám MC generátor PYTHIA simuluje energie a hybnosti částic v těžišťové soustavě proton–proton, musím čtyřhybnosti produkovaných částic transformovat další Lorentzovou transformací ve směru rychlosti $-\vec{\beta}$. Tato transformace je matematicky popsána vztahem [19]

$$\begin{bmatrix} E''/c\\ p''_x\\ p''_y\\ p''_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma\beta_x & \gamma\beta_y & \gamma\beta_z\\ \gamma\beta_x & 1 + \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_x^2 & \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_x\beta_y & \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_x\beta_z\\ \gamma\beta_y & \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_x\beta_y & 1 + \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_y^2 & \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_y\beta_z\\ \gamma\beta_z & \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_x\beta_z & \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_y\beta_z & 1 + \frac{\gamma^2}{1+\gamma}\beta_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'/c\\ p'_x\\ p'_y\\ p'_z \end{bmatrix}, \quad (16)$$

kde γ je Lorentzův gama faktor, který je definován takto: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, a kde $\vec{\beta} = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ je bezrozměrná rychlost vypočtená z (15).

V programovém balíku ROOT lze opět tuto transformaci provést pomocí funkce Boost objektu TLorentzVector. Na Obr. 20 je znázorněno obdržené rozložení rychlosti β . Pozorujeme strmě padající rozdělení, většina nukleon–nukleonových systémů měla rychlost menší než 0,1 c, nejrychlejší systémy dosáhly rychlosti pouze 0,2 c.



Obr. 20. Nasimulované rozložení velikosti rychlostí těžišť systémů nukleon–nukleon v těžišťové soustavě jádro–jádro.

Pro všechny nukleon–nukleonové stážky jsem tedy v programu PYTHIA simulovala vylétávající částice. Jejich energii a hybnost jsem uložila do objektu TLorentzVector, který reprezentuje čtyřhybnost dané částice. Pak jsem tyto čtyřhybnosti transformovala výše uvedeným postupem a vybrala trigger a asociované částice podle stejného kritéria jako v předchozí kapitole.

Na Obr. 21 jsem namalovala rozložení rozdílu azimutálních úhlu triggeru a asociované částice pro případy jádro-jaderných srážek s pohyblivými nukleony a srovnávám jej s proton-protonovou srážkou. Oba histogramy mají již odečtené pozadí. Výtěžek near side píku jádro-jaderné srážky jsem vyčíslila na (0.717 ± 0.0034). Výtěžek proton-protonové srážky zůstává stejný, protože používám stejný vstupní soubor dat, tedy (0.7097 ± 0.0021). Pozorujeme, že histogramy i výtěžky píků jsou srovnatelné. To opět ověřím výpočtem veličiny I_{AA} podle vzorce (2). Hodnota I_{AA} je rovna (1.010 ± 0.0056), tedy konzistentní s jedničkou.



Obr. 21. Srovnání histogramů rozložení azimutálního úhlu párů trigger–associovaná částice ve srážkách proton–proton a jádro–jádro (s pohyblivými nukleony) po odečtení pozadí.

Závěr

Naše očekávání bylo, že dodatečný pohyb produktů srážek, který získají díky dodání pohybu těžišti nukleon–nukleonových srážek, bude rozmazávat spektrum příčné hybnosti částic. To je strmě padající, tedy by ho rozmazání mohlo posunout k větším hodnotám $p_{\rm T}$. Simulace ukázala, že pokud takový jev působí, pak je malý, menší než statistická chyba naší simulace. Vysvětlujeme si to tím, že je dodaná rychlost moc malá, nebo se projevuje to, že trigger i asociované částice jsou tímto efektem ovlivněny podobně a tedy se jeho účinek v podílu výtěžku vyruší.

Na závěr srovnám výsledky mé simulace srážky dvou jader s výpočtem modelu, který je dostupný na webových stránkách [20]. Zde jsem nastavila účinný průřez neelastické nukleon–nukleonové srážky na 64 mb, v souladu s mojí simulací a webový interface pak vygeneroval rozdělení impaktního parametru a počtu účastníků pro srážku jader olova. Podívejme se na rozložení impaktního parametru, viz Obr. 22. Pozorujeme velmi podobné rozložení, jako jsem získala ve své Monte Carlo simulaci, tedy rovnoměrný nárůst srážek v závislosti na impaktním parametru až do okamžiku, kdy jsou jádra od sebe vzdálena více než dvojnásobek jejich poloměru. S dalším nárůstem impaktního parametru počet srážek prudce klesá.



Obr. 22. Rozložení impaktního parametru ve srážkách jader olova 208 získané z [20].

Obratme nyní pozornost k nasimulovanému rozložení středního počtu účastníků v závislosti na impaktním parametru na Obr. 23. Opět pozorujeme podobnou závislost jako v obr. 13 – při centrálních srážkách dochází k většímu počtu nukleon–nukleonových srážek, a to z důvodu souhry geometrie srážky a rozložení nukleonů v jádře. Povšimněme si, že počet účastníků je na stránce [20] počítán pro každé jádro zvlášť. Z toho důvodu mají pro centrální srážky okolo 200 účastníků pro každé jádro.

Oproti mé simulaci poskytuje model [20] trochu odlišné výsledky. Kupříkladu si můžeme povšimnout, že rozdělení impaktního parametru na Obr. 22 kulminuje při 14 fm, zatímco v mém případě nastává maximum pro 15 fm. I průběh počtu účastníků v závislosti na impaktním parametru se trochu liší. Rozdíly mezi výpočtem



Obr. 23. Rozložení středního počtu účastníků ve srážkách jader olova v závislosti na impaktním parametru. Počet účastníků je uveden pro každé jádro zvlášť. Získáno z [20].

[20] a naší simulací můžeme odůvodnit odlišným nastavením počátečních parametrů, tj. konstanty R_0 v rovnici (3), velikosti *a* přechodové oblasti ve Woods–Saxonově rozdělení v (4), či vzdálenosti dvou nukleonů, při níž začne dominovat odpudivá složka jaderné síly. Nakonec můžeme s modelem [20] srovnat také hodnotu účinného průřezu srážky olovo–olovo. Model na webu [20] udává hodnotu 7.544 b. V mojí simulaci jsem tento účinný průřez spočetla ze vztahu:

$$\sigma_{\rm PbPb} = \frac{N_{\rm C}}{N_{\rm JJ}} \cdot S, \tag{17}$$

kde $N_{\rm C}$ je počet srážek jádro–jádro, kdy došlo alespoň k jedné nukleon–nukleonové srážce, $N_{\rm JJ}$ je počet generovaných srážek jádro–jádro a S je plocha, kterou jsme po vygenerování impaktního parametru ostřelovali. Vypočteme ji ze vztahu

$$S = (2 \cdot r_{\max})^2,$$

kde $r_{\rm max}$ bylo zavedeno vztahem (9). Z mého modelu tak vychází hodnota účinného průřezu srážky olovo–olovo 8.524 b. Odchylka v hodnotě účinného průřezu mezi mojí simulací a modelem [20] činí cca 13 procent a lze ji odůvodnit výše zmíněnými rozdíly ve volbě vstupních hodnot. Tento drobný rozdíl ovšem nic nemění na našem závěru, že pohyb nukleonů v jádře nemá valný vliv na pozorovanou veličinu I_{AA} v near side píku.

Literatura

- J.C.Collins, M.J.Perry, Superdense Matter: Neutrons or Asymptotically Free Quarks?, Phys.Rev.Lett. 34 (1975).
- [2] E. V. Shuryak, Quantum Chromodynamics and the Theory of Superdense Matter, Phys.Rept. 61 (1980) 71–158.
- [3] ALICE Collaboratoin, The ALICE experiment: a journey through QCD, Eur. Phys. J. C 84 (2024) 813.
- [4] "The ATLAS experiment webpage." http://www.atlas.ch/photos/events-collisionheavy-ion.html.
- [5] TikZ.net: CMS coordinate system.
- [6] STAR Collaboration, Evidence from d-Au Measurements for Final-State Suppression of High-p_T Hadrons in Au-Au Collisions at RHIC, Phys.Rev.Lett. 91 (7) (2003).
- [7] K. Aamodt et al., Particle-Yield Modification in Jetlike Azimuthal Dihadron Correlations in Pb-Pb Collisions at $\sqrt{s_{\rm NN}} = 2.76$ TeV, Phys.Rev.Lett.108 (2003) 09230.
- [8] ALICE Collaboration, Centrality determination of Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{\rm NN}} = 2.76$ with ALICE, Phys. Rev. C 88 (2013) 044909.
- [9] T. Renk, Biased showers: A common conceptual framework for the interpretation of high- $p_{\rm T}$ observables in heavy-ion collisions, Phys. Rev. C 88 (2013) 054902.
- [10] Size of Nuclei. Online. Kyushu University. Dostupné z: http://ne.phys.kyushuu.ac.jp/seminar/MicroWorld3_E/3Part2_E/3P22_E/nuclear_size_E.htm.
- [11] Kuckuk, T.Mayer. Fyzika atomového jádra. SNTL, 1979. ISBN 04-016-79.
- [12] P. Bydžovský, D. Denisova, D. Skoupil, P. Veselý, Phys.Rev. C 106, 044609 (2022) (kapitola II. E).
- [13] P.Veselý, soukromé sdělení, 2024.
- [14] Reid, R. V, "Local phenomenological nucleon-nucleon potentials". Annals of Physics 50 (3) (1968) 411–448.
- [15] Shape of the atomic nucleus. Online. Wikipedia. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Shape_of_the_atomic_nucleus.
- [16] ROOT Data Analysis Framework. Online. Dostupné z: https://root.cern/.
- [17] Gokbulut, Melek & Koç, H. & Eser, Erhan & Yigitoglu, I. & Mamedov, B. Investigations of the density distributions of 208Pb with the Thomas-Fermi method. Modern Physics Letters A. 28. (2013) 10.1142/S0217732313501083.
- [18] P. Skands, S. Carrazza, and J. Rojo, "Tuning PYTHIA 8.1: the Monash 2013 tune," Eur. Phys. J. C 74 (2014).
- [19] Andrew M. Steane (2012). Relativity Made Relatively Easy. OUP Oxford. p. 124. ISBN 978-0-19-966286-9.
- [20] D. Miskowiec, Web interface for a nuclear overlap calculation code. Dostupné z: http://web-docs.gsi.de/ misko/overlap/over.cgi

Obsah

Úvod	5		
Kvarkové-gluonové plazma	5		
Dvoučásticové korelace	6		
Vlastnosti jader	10		
Poloměr jádra	10		
Hustota jádra	10		
Hybnost nukleonů v jádře	10		
Generování jader	13		
Parametry jádro–jaderné srážky	15		
Impaktní parametr	15		
Účinný průřez	15		
Simulace proton–protonových a jádro–jaderných srážek se statickými	1		
nukleony	20		
Simulace jádro–jaderných srážek s pohyblivými nukleony			
Závěr	27		
Literatura	29		